

LINEAS DE TRANSMISION



1

GUIA PARA EL ALUMNO

ING. DELVIS MORALES ESCOBAR

PRIMERA UNIDAD: REDES DE COMUNICACIONES

REDES DE TELECOMUNICACIONES

- ESTRUCTURA DE UNA RED
- RED DE TV POR CABLE
- RED CONMUTADA DE TELEFONIA

MEDIOS DE TRANSMISION

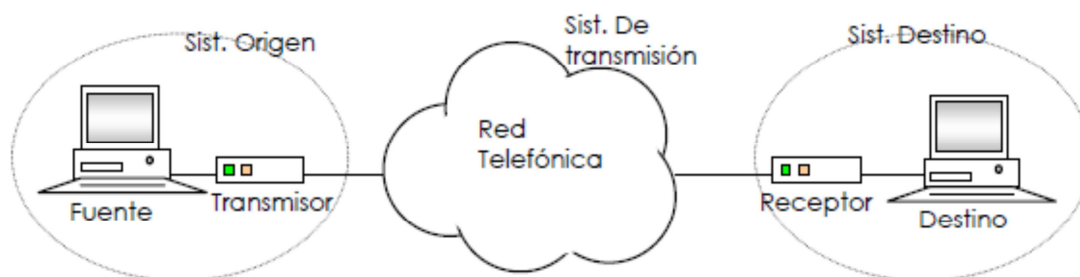
- SISTEMAS DE COMUNICACIONES ALAMBRICOS
- SISTEMAS DE COMUNICACIONES INALAMBRICOS
- MEDIOS CONDUCTORES ELECTRICOS Y DIELECTRICOS
- CARACTERÍSTICAS FÍSICAS Y DE CONSTRUCCIÓN.
- ESPECTRO DE FRECUENCIA DONDE SE APLICAN LOS MEDIOS DE TRANSMISIÓN
- PERTURBACIONES EN LOS MEDIOS DE TX.

1. REDES DE TELECOMUNICACIONES

Las redes de telecomunicación constituyen la infraestructura básica de transporte para el intercambio de información entre dos puntos. Una red queda identificada cuando se conoce:

- La naturaleza de los elementos físicos que la forman: terminales, medios de transmisión y sistemas de conmutación
- La topología o disposición básica de dichos elementos
- Las normas operativas que establecen los protocolos de acceso y funcionamiento de la red

En la figura se representa una comunicación entre dos ordenadores a través de la red telefónica.



Todas las redes de telecomunicación siguen un modelo similar, donde podemos definir las siguientes partes:

- **Fuente:** genera la información a transmitir (computadora del Sistema Origen)
- **Transmisor:** transforma y codifica la información de la fuente generando señales adecuadas al sistema de transmisión (MODEM).
- **Sistema de Transmisión:** Lleva la información del transmisor al receptor. Puede ser un simple cable o una compleja red de transmisión.
- **Receptor:** acepta la señal proveniente del sistema de transmisión y la transforma para que pueda ser manejada por el destino
- **Destino:** recibe la información.

Los sistemas de transmisión proporcionan los enlaces que unen al Sistema Origen (fuente y transmisor) con el Sistema Destino (receptor y destino). Estos enlaces, a su vez, pueden ser de dos tipos:

- **Conmutados:** Cuando el transmisor puede elegir el receptor al que desea transmitir la información. Suelen tener una tarifa variable en función del tiempo que se utilizan y su disponibilidad depende del estado de la red (puede no haber enlaces libres). Como ejemplo tenemos la comunicación telefónica entre dos abonados pertenecientes a distintas centrales.
- **Dedicados:** Cuando siempre unen el mismo transmisor y receptor. Su disponibilidad es total y su tarificación no depende del tráfico cursado o del tiempo que se utilizan. Como ejemplo podemos citar una línea directa entre dos usuarios.

Existen muchas clasificaciones posibles para las redes de telecomunicación.

En función del modo de administrarse podemos distinguir:

- **Redes públicas:** cuando para ser usuario de la misma no existe otra restricción que la disponibilidad de medios técnicos. Como ejemplo podemos nombrar la red telefónica fija (RTC) o la red GSM (donde no hay cobertura no puede utilizarse).
- **Redes Privadas:** operan para un fin determinado y sus usuarios pertenecen a un conjunto con interés específico en la red. En esta categoría se enmarcan las redes corporativas, que interconectan las instalaciones de una empresa ofreciendo a sus empleados un servicio orientado a las aplicaciones que necesita la empresa. Las redes para aplicaciones específicas, como la reserva de pasajes o las redes militares y de la administración también pertenecen a este grupo.

En función de la dirección que sigue el flujo de la información transmitida podremos distinguir:

- **Redes de interconexión total,** donde la información se puede transmitir entre dos terminales cualesquiera que se encuentren conectados a la red. (ejemplo: red telefónica conmutada)
- **Redes de difusión,** también llamadas punto multipunto, en donde la información se distribuye desde un punto central a los distintos terminales (ejemplo: red de televisión por cable o radio-televisión terrestre)
- **Redes de recolección,** en las que los terminales envían información a un nodo central para su almacenamiento o procesamiento (ejemplo: red de alarmas centralizadas)

Estructura de una red

A la hora de diseñar las redes se deben considerar aspectos tan diversos como el coste de la instalación de nodos, terminales, medios de transmisión, obra civil, gastos de mantenimiento, ingresos. Así mismo, como criterio de diseño se ha de tener en cuenta la fiabilidad de la red, el número de usuarios, la disposición geográfica de los mismos, y el tráfico que ha de soportar a medio y largo plazo.

Para ofrecer mayor fiabilidad se aplica redundancia en los posibles puntos de fallo de la red. Podemos hablar de dos tipos de redundancia:

- **Redundancia en medios de transmisión:** consiste en tener distintos caminos físicos para llegar a un nodo, lo que facilita el cambio de camino ante el fallo en uno de ellos. La estructura de mallado parcial (o total) es la que presenta mayor redundancia en medios de transmisión.

- **Redundancia en equipos:** consiste en poseer equipos (o parte de ellos) inactivos que puedan sustituir a los que están funcionando en caso de avería. Podremos tener redundancia en el equipo completo o bien en partes del mismo, como el chasis, la fuente de alimentación o distintas placas (procesadoras, puertos para la conexión de usuarios,...). Esto último se suele dar en equipos modulares, normalmente empleados en los núcleos de grandes redes. La redundancia en equipos puede ser realizada mediante la compra de equipamiento redundante o mediante la subcontrata de una empresa de mantenimiento que asegure la sustitución de una pieza o equipo en un tiempo máximo. La elección de uno u otro método dependerá de lo crítico que sea el fallo de un punto de la red y del coste económico, pues el acopio inicial de piezas de reserva puede suponer una elevada inversión.

Las redes suelen organizarse en tres niveles:

Red Terminal

Es la parte de la red que llega hasta el usuario final. Tiene una necesidad relativamente baja en cuanto a fiabilidad por lo que habitualmente no se utiliza redundancia. Cursa poco tráfico y el coste de los equipos es bajo. Suele emplear las topologías bus, estrella o anillo.

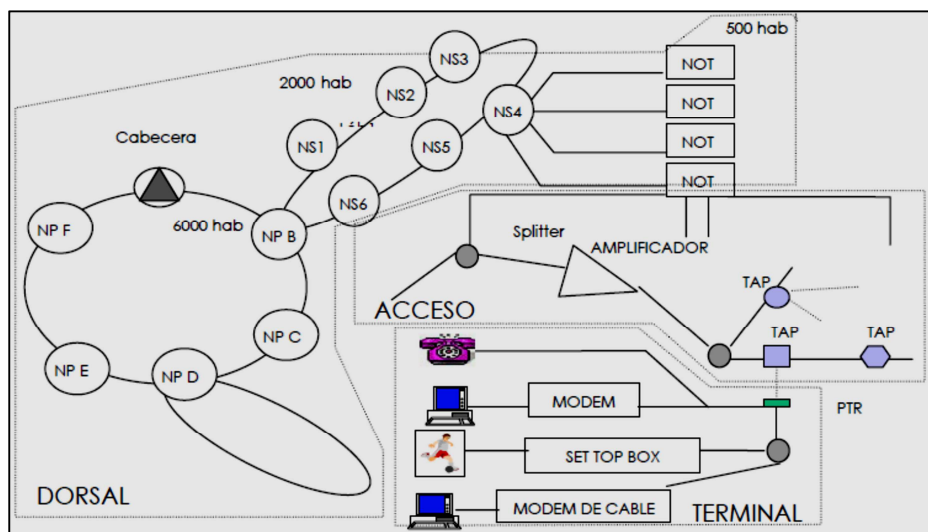
Red de Acceso

Permite al tráfico de los usuarios acceder al núcleo de la red. Requiere un nivel medio de fiabilidad, por lo que suele emplearse redundancia en equipos y algunas medidas de seguridad. Cursa mas tráfico que la red terminal y el coste de los equipos es mayor, pues son de mayor capacidad y fiabilidad. Las topologías empleadas normalmente son anillo, estrella y árbol.

Red Dorsal

Conocida como núcleo o backbone soporta un alto nivel de tráfico, por lo que normalmente se emplean enlaces de alta velocidad y nodos de gran capacidad. Necesita la máxima fiabilidad, por lo que suele emplearse redundancia en equipos y medios de transmisión. Los equipos utilizados son críticos para el funcionamiento de la red, y suelen ser de tipo modular. Las topologías malladas (total o parcial), anillo doble y jerárquica con mallado parcial son las mas habituales.

Ejemplo, red de televisión por cable (CATV):



MEDIOS DE TX

El medio de transmisión es el enlace (eléctrico u óptico) entre el transmisor y el receptor, y sirve de puente de unión entre la fuente y el destino. Este medio de comunicación puede ser un par de alambres, un cable coaxial o hasta el aire mismo. Pero sin importar el tipo, todos los medios de transmisión se caracterizan por la atenuación, el ruido, la interferencia, el desvanecimiento y otros elementos que impiden que la señal se propague libremente por el medio; son factores que hay que contrarrestar al momento de transmitir cualquier información al canal. Dependiendo de la forma de conducir la señal a través del medio, los medios de transmisión se pueden clasificar en dos grandes grupos, medios de transmisión guiados (alámbricos) y medios de transmisión no guiados (inalámbricos)



Sabemos que el transmisor que genera la energía de RF para entregar a la antena generalmente está ubicado a cierta distancia de la misma. El enlace entre ambos es la línea o medio de transmisión. Su propósito es transportar la energía de RF desde un lugar hacia el otro de la forma más eficiente posible. Del lado del receptor, la antena es responsable de captar las señales de radio desde el aire y pasarlas al receptor con la mínima cantidad de distorsión, para que el radio pueda decodificar la señal. Por estas razones el cable de RF tiene un rol muy importante en los sistemas de radio: debe mantener la integridad de las señales en ambas direcciones.

SISTEMAS DE COMUNICACIONES ALAMBRICOS

Los medios de transmisión guiados están constituidos por un cable que se encarga de la conducción(o guiado) de las señales desde un extremo al otro. Así, la información es transmitida a través de señales eléctricas u ópticas utilizando el canal de comunicación o medio de transmisión.

Características:

- Tipo de conductor utilizado
- Velocidad máxima de transmisión
- Distancias máximas que puede ofrecer entre repetidores
- Inmunidad frente a interferencias electromagnéticas
- Facilidad de instalación
- Capacidad de soportar diferentes tecnologías

Según el tipo de cable se pueden agrupar en tres grupos principales:

- Cable de par trenzado (apantallado y no apantallado)
- Cable coaxial
- Cable de fibra óptica

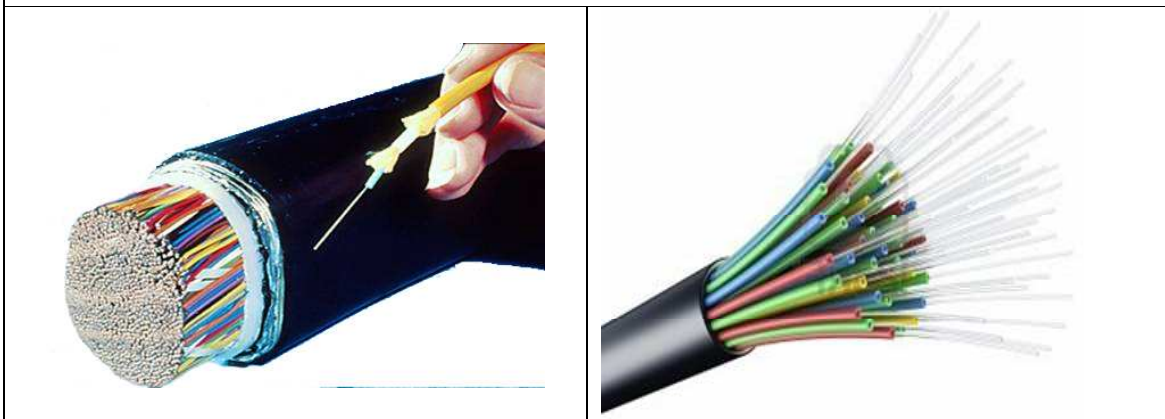
CABLE COAXIAL



PAR TRENZADO (UTP)



FIBRA OPTICA



MEDIOS CONDUCTORES ELECTRICOS Y DIELECTRICOS

La constitución interna de los objetos materiales consiste en moléculas formadas de átomos que, a su vez, están constituidos por un núcleo con prácticamente toda la masa del átomo y carga positiva y una corteza electrónica con igual carga que el núcleo pero de signo opuesto.

Por lo tanto, la materia es eléctricamente neutra; lo es cada uno de sus átomos. Sin embargo, la materia es esencialmente eléctrica también, cada una de sus partículas constituyentes tiene carga. Ambas características se pondrán de manifiesto al someter un objeto material a la acción de un campo eléctrico.

Desde el punto de su comportamiento bajo la acción de un campo eléctrico, los objetos materiales pueden clasificarse en dos grandes grupos:

- **Conductores:** Sustancias que permiten fácilmente el movimiento de las cargas a través de ellas.
- **Dieléctricos:** Sustancias que impiden el movimiento de las cargas a través de ellas.

Existe una gradación continua que excluye una separación neta de ambas categorías, pero una sustancia podrá ser clasificada en uno u otro grupo en lo que se refiere a cada situación concreta.

Lo mismo entre los conductores que entre los dieléctricos es posible distinguir varios tipos. Por ejemplo, conductores metálicos en los que las cargas que se mueven son los electrones; electrolitos y gases ionizados en los que las cargas que se mueven son iones.

CONDUCTORES EN EQUILIBRIO

Sea un conductor ideal en situación estática, es decir, situación en la que las cargas que posee están en reposo (conductor en equilibrio). Esta situación se alcanzará cuando el campo E sea nulo en todos los puntos del conductor, ya que si E no es nulo en el punto r , la carga que allí existe está sometida a una fuerza no nula que necesariamente la moverá, pues, por tratarse de un conductor ideal, éste no opone ninguna fuerza a la que hace el campo, lo que va contra la hipótesis de cargas en reposo. Como consecuencia de la anulación de E , el conductor es equipotencial (potencial constante) puesto que, por ser el campo eléctrico conservativo, se cumple:

$$\Delta V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

y si $E = 0$, entonces $\Delta V = 0$

La anulación de E , en el interior del conductor implica que en ningún punto interior puede haber carga neta. Si la hubiera, sería posible rodearla de una superficie cerrada S (gaussiana), también interior al conductor, a través de la cual el flujo de E no sea cero ya que por el Teorema de Gauss:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Al ser $E = 0$,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

y la carga encerrada por S es nula y por tanto no hay carga neta en el interior del conductor.

Faltan por considerar los puntos de la superficie del conductor, en ellos puede haber carga neta en reposo. Ello se debe a que por estar en la superficie, aun siendo un conductor, existe una fuerza sobre las cargas que se opone a la disgregación de las partículas que lo constituyen. Por lo tanto, en la superficie el campo eléctrico no tiene por qué anularse y las cargas estarán en equilibrio, bajo la acción simultánea del campo y de la fuerza superficial mencionada.

Por estar las cargas en reposo, la componente de E paralela a la superficie será nula y E será siempre normal a ella. Por ser E normal a la superficie, ésta será una superficie equipotencial (el vector E es normal a las superficies equipotenciales) y el conductor será equipotencial.

Por tanto, cuando un conductor posee carga neta en equilibrio, ésta se encuentra sobre la superficie, distribuida de tal forma que el campo por ella creado se anula en todos los Puntos interiores al conductor y es perpendicular a la superficie en los puntos de ésta.

La densidad superficial de carga tiende a ser mayor en las superficies conductoras aisladas cuyos radios de curvatura son pequeños (efecto de las puntas). La intensidad del campo E , en puntos próximos a la superficie es proporcional a la densidad de carga, de manera que puede alcanzar valores muy elevados cerca de puntas afiladas. Las descargas luminosas que se producen en estas puntas durante las tormentas es un ejemplo de ello. Los pararrayos actúan de esta manera para neutralizar las nubes cargadas y evitar los rayos.

Si el conductor está sometido a la acción de un campo exterior, la situación no es más complicada, ya que:

- **Si el conductor está descargado**, la carga de su superficie, que en ausencia de campo se anula punto por punto, se redistribuye de forma que compensa el campo exterior en todos los puntos interiores, a la vez que anula la componente paralela a la superficie en los puntos de ésta.
- **Si el conductor posee carga neta**, la única diferencia está en que las cargas que anulan el campo provienen tanto de las que el conductor tiene en exceso como, si es necesario, de los átomos superficiales.

El primero en deducir y comprobar este fenómeno fue **Faraday** por lo que suele conocerse como efecto de "**jaula de Faraday**". Este efecto aparece en numerosos aspectos de la vida cotidiana: En las casas construidas con estructura metálica es preciso colocar antenas exteriores si queremos ver bien la TV; los instrumentos sensibles a las señales electromagnéticas se introducen en cajas construidas con mallas magnéticas; los cables coaxiales de las antenas llevan una malla de protección para evitar que otros campos interfieran la señal de TV; la carrocería metálica de un coche es un buen blindaje ante un rayo.

Cuando situamos un objeto material en un campo eléctrico se comporta según sea un conductor o un dieléctrico. El conductor redistribuye sus cargas de forma que compensa el campo exterior en todos sus puntos interiores, a la vez que anula la componente paralela a la superficie en los puntos de ésta. En un dieléctrico las cargas no pueden moverse libremente y, por tanto, su comportamiento es distinto.

Microscópicamente, los dieléctricos pueden considerarse formados por dos tipos de moléculas: polares y no polares.

Una molécula es polar cuando el centro del sistema de electrones no coincide con el de los núcleos positivos. Las moléculas sin dejar de ser neutras son verdaderos dipolos, esto es, sistemas formados por dos cargas eléctricas iguales y de signo contrario, separadas entre sí una pequeña distancia, caracterizados por su momento dipolar. Los materiales que forman, llamados polares, están descargados en todos sus puntos, ya que la agitación térmica distribuye los dipolos al azar. Bajo la acción de un campo eléctrico externo, los dipolos moleculares se orientan alineándose con el campo. El grado de alineamiento no será completo debido a la agitación térmica de las moléculas.

Si la molécula es no polar, es decir, si el centro del sistema de electrones coincide con el de los núcleos positivos, el dieléctrico es, en todos sus puntos, eléctricamente neutro. Bajo la acción de un campo eléctrico externo, los centros de las sistemas citados se separan y se crean dipolos inducidos, alineados con el campo eléctrico externo.

Macroscópicamente, en un dieléctrico se produce el fenómeno conjugado de alineamiento e inducción, separándose ligeramente el centro de las cargas positivas de todo el dieléctrico con respecto al centro de las cargas negativas. El dieléctrico en su conjunto permanece eléctricamente neutro pero se polariza, es decir, se acumula carga positiva a un lado y negativa en el otro.

Las cargas superficiales inducidas crean un campo eléctrico E tal que se opone al campo eléctrico externo o E_0 , de modo que el campo resultante en el interior del dieléctrico será:

$$|E| = E_0 - E'$$

Por tanto, si se sitúa un dieléctrico en un campo eléctrico, aparecen cargas superficiales inducidas sobre aquél, cuyo efecto es debilitar el campo original dentro del dieléctrico.

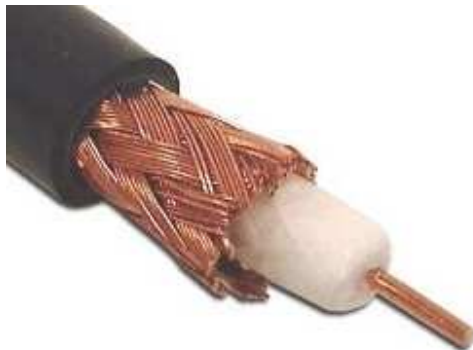
El cociente entre el campo exterior y el interior es una constante para cada sustancia, y recibe el nombre de constante dieléctrica relativa al vacío.

$$\frac{E_0}{E} = K$$

$K\epsilon_0 = \epsilon$, recibe el nombre de permitividad del medio. Las magnitudes k y ϵ son dos formas diferentes de expresar la misma propiedad fundamental de un dieléctrico; esto es, el grado en el cual queda polarizado cuando se encuentra en un campo eléctrico.

CARACTERÍSTICAS FÍSICAS Y DE CONSTRUCCIÓN DE LOS MEDIOS DE TRANSMISION

CABLE COAXIAL

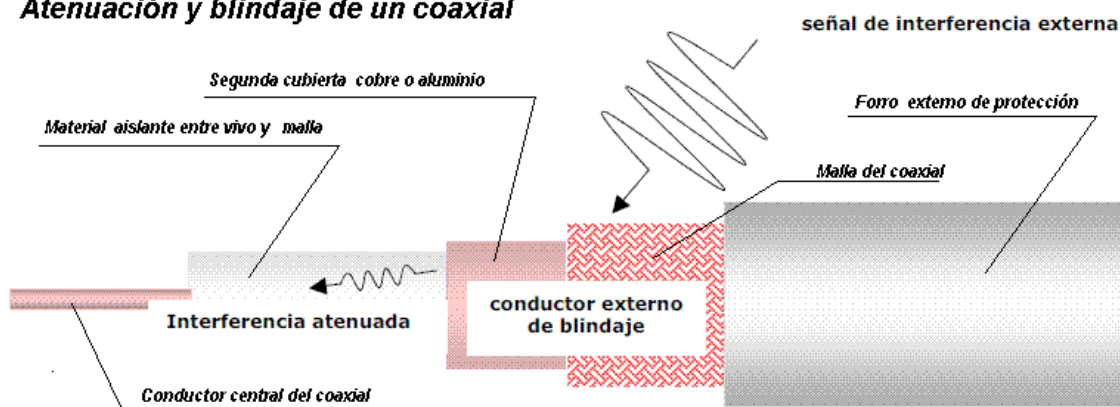


La difusión y proliferación de nuevos servicios de telecomunicación, sobre todo, en el sector de la telefonía móvil y de las emisiones radiotelevisivas, ha comportado la aparición de lo que se ha llamado contaminación electromagnética, y ha puesto de actualidad el problema de cómo protegerse contra los campos de interferencia de los componentes electrónicos, activos o pasivos. Estos campos, si poseen una intensidad lo suficientemente elevada, pueden perjudicar el correcto funcionamiento de los aparatos electrónicos e, incluso, llegar a destruir la

información transportada. En los cables coaxiales es fundamental que la señal transmitida no sufra alteraciones en la banda de las frecuencias empleadas, que está continuamente

expandiéndose debido a la incorporación de nuevos servicios. En concreto, el empleo de la banda de retorno (return path) en los servicios de televisión de pago (PTV) o de pago por programas (PPV) requiere una protección específica en las frecuencias comprendidas entre 5 y 42 MHz. Entre los componentes pasivos, el cable coaxial es uno de los más expuestos a las perturbaciones ya que está tendido, por largos tramos, en espacios abiertos. También en el caso de los cables enterrados, la contigüidad con otros conductos de transmisión puede provocar interferencias recíprocas.

Atenuación y blindaje de un coaxial



Sin embargo, el cable coaxial posee una barrera protectora contra estas perturbaciones: el conductor externo. Este conductor sirve para transportar la señal y protegerla contra las interferencias externas. El grado de protección depende del tipo de material conductor y del porcentaje de cobertura. Si el cable se proyecta para lograr un buen blindaje sin reducir la flexibilidad, su inmunidad a las interferencias será elevada y funcionará sin problemas, incluso en ambientes con una fuerte contaminación electromagnética.

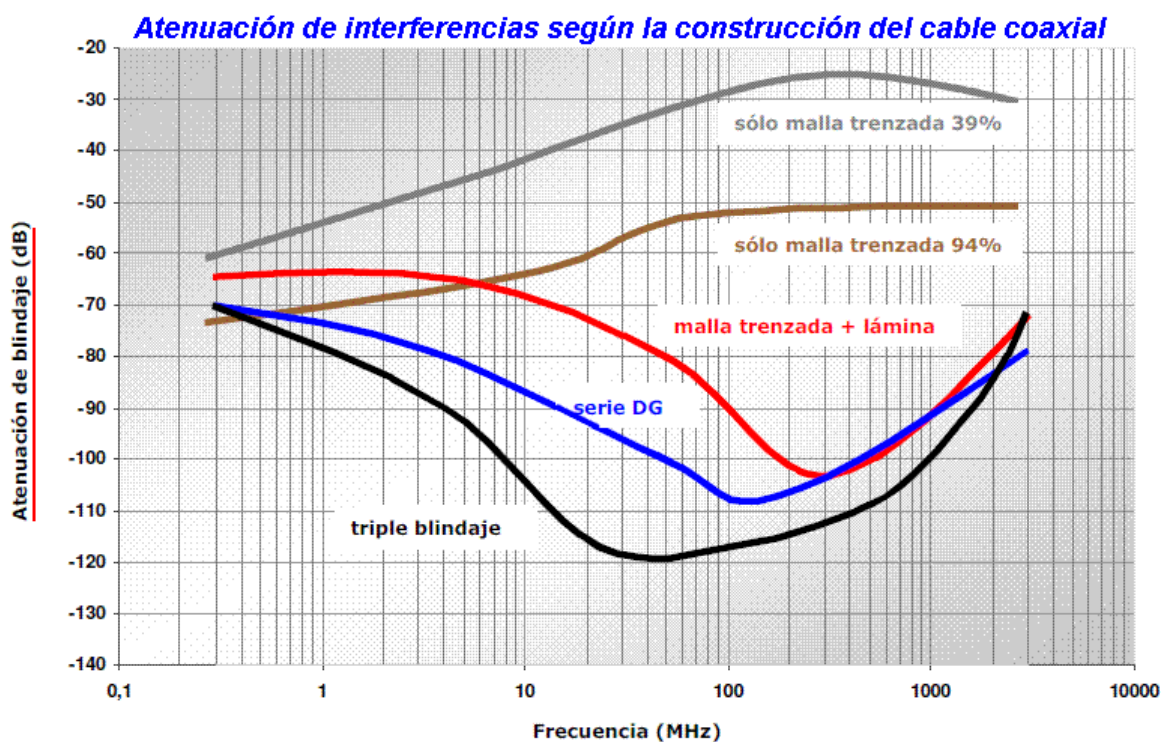
La atenuación en los cables coaxiales, se debe a diversos factores, entre los cuales se puede indicar al más determinante, denominado "**Ruido Blanco**", el cual se define también como ruido metálico, al ruido que se produce internamente en los pares por problemas de desequilibrio, este ruido se manifiesta como diafonía, normalmente se escuchan señales de otra comunicación interna en el cable, los valores aceptables de este tipo de ruido es **- 78 dBm**, aplicando una señal de **1600Hz**.

También se considera ruido a tierra, definido como la potencia electromagnética, que interfiere el par por efecto externo al cable, sonidos de radio, antenas, semáforos, transformadores etc.,. Este efecto se produce básicamente, por problemas de pantallas cortadas y tierras con alta resistencia, los valores aceptables son de **-40dBm**.

$$\text{Atenuación del blindaje [en dB]} = 20 \times \log_{10} \frac{\text{intensidad de la interferencia atenuada}}{\text{intensidad de la señal de interferencia externa}}$$

En el campo de los cables de elevada inmunidad contra las interferencias, se ha creado la gama de cables coaxiales de la serie DG, que completan la tradicional gama con blindajes de 75 dB. Estos cables se caracterizan por proporcionar una atenuación del

blindaje superior a 85 dB (clase A), obtenida combinando una lámina de aluminio y una malla cuya cobertura es mayor que la de los cables tradicionales. Esta serie comprende: productos de diferentes tamaños para satisfacer cualquier exigencia de instalación, cables marcados con cintas de color para facilitar la identificación, y un modelo adecuado para el uso enterrado.



Para mayor información, véase la correspondiente tabla. La última creación es un cable con un blindaje muy eficaz, llamado RP913B, fruto de la evolución natural de los cables de la serie DG. Lleva una cinta especialmente estudiada para ofrecer una atenuación del blindaje superior a 105 dB, sin perjudicar la flexibilidad del cable.

Atenuación de blindaje (dB) triple
 Atenuación de blindaje (dB) sólo treccia serie DG
 Atenuación de blindaje (dB) treccia + nastro
 Atenuación de blindaje (dB) sólo treccia

Frecuencia (MHz) sólo malla trenzada 94% serie DG
 Frecuencia (MHz) malla trenzada + lámina
 Frecuencia (MHz) sólo malla trenzada 39% triple blindaje.

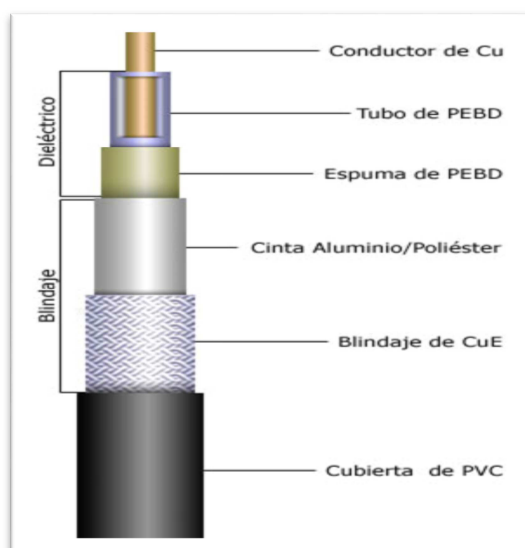


Gráfico comparativo para diferentes tipos de blindaje externo.

	MULTIPLS DE MEDIA LONGITUD DE ONDA COAXIAL CON AISLAMIENTO DE POLIETILENO FACTOR DE VEL. = 0.66								
Frecuencia Mhz.	una media onda	dos medias ondas	tres medias ondas	cuatro medias ondas	cinco medias ondas	seis medias ondas	siete medias ondas	ocho medias ondas	nueve medias ondas
1.830	54.10	108.20	162.30	216.39	270.49	324.59	378.69	432.79	486.89
3.600	27.50	55.00	82.50	110.00	137.50	165.00	192.50	220.00	247.50
7.120	13.90	27.81	41.71	55.62	69.52	83.43	97.33	111.24	125.14
14.240	6.95	13.90	20.86	27.81	34.76	41.71	48.67	55.62	62.57
21.290	4.65	9.30	13.95	18.60	23.25	27.90	32.55	37.20	41.85
28.350	3.49	6.98	10.48	13.97	17.46	20.95	24.44	27.94	31.43
50.100	1.98	3.95	5.93	7.90	9.88	11.86	13.83	15.81	17.78

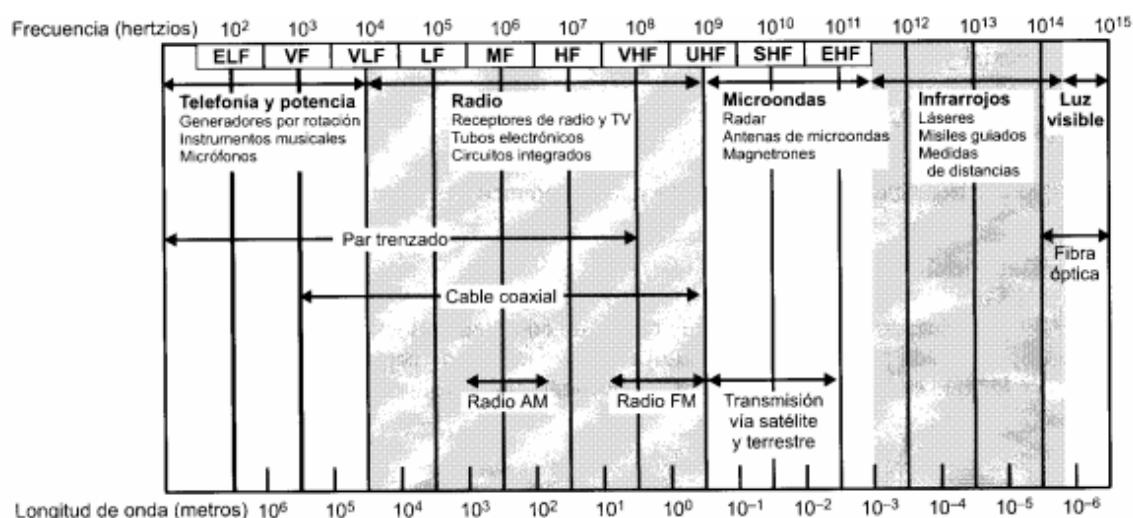
Longitud cable coaxial =(150/frecuencia), multiplicado por el factor de velocidad del cable, multiplicado N veces

Tabla de atenuación del cable coaxial

Câble coaxial	160m	80m	40m	30m	20m	17m	15m	12m	10m	6m	2m	1.25m	70cm
RG-174, 174A	1,8	2,5	3,3	4,0	4,6	5,1	5,5	5,9	6,4	7,1	--	--	--
RG-58A, 58C	,55	,79	1,2	1,4	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	3,6	6,5	8,4	--
RG-58, 58B	,47	,70	1,0	1,3	1,5	1,8	1,9	2,1	2,3	3,2	5,8	7,5	--
RG-59, 59A, 59B (58 Foam)	,51	,73	1,0	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	2,0	2,8	4,5	5,6	8,0
RG-62,62A, 71,71A,71B (59 Foam)	,40	,58	,79	,97	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2,1	3,4	4,1	5,6
RG-8, 9, 11, 12, 13, 213, 214, 215, 216	,27	,39	,58	,71	,83	,96	1,1	1,2	1,3	1,8	3,1	4,0	6,0
RG-17,17A, 18,18A.	--	,13	,19	,26	,30	,36	,39	,43	,48	,70	1,3	1,7	2,5
RG-8 Foam	,21	,30	,42	,53	,60	,70	,75	,80	,89	1,3	2,0	2,6	3,8
Belden 9913	,17	,27	,38	,46	,51	,59	,63	,68	,73	1,3	1,7	2,1	3,0
	160m	80m	40m	30m	20m	17m	15m	12m	10m	6m	2m	1.25m	70cm

Atenuación en db/100pies(30 m)

ESPECTRO DE FRECUENCIA DONDE SE APLICAN LOS MEDIOS DE TRANSMISIÓN



SEGUNDA UNIDAD: LINEAS DE TRANSMISION

Generalmente se usa el término línea de transmisión a la guía de ondas usada en el extremo de menor frecuencia del espectro. A estas frecuencias es posible utilizar un análisis cuasiestático. Para frecuencias más elevadas la aproximación cuasiestática deja de ser válida y se requiere un análisis en términos de campos, que es de mayor complejidad.

Una guía de ondas es un dispositivo que se usa para transportar energía electromagnética y/o información de un sitio a otro.

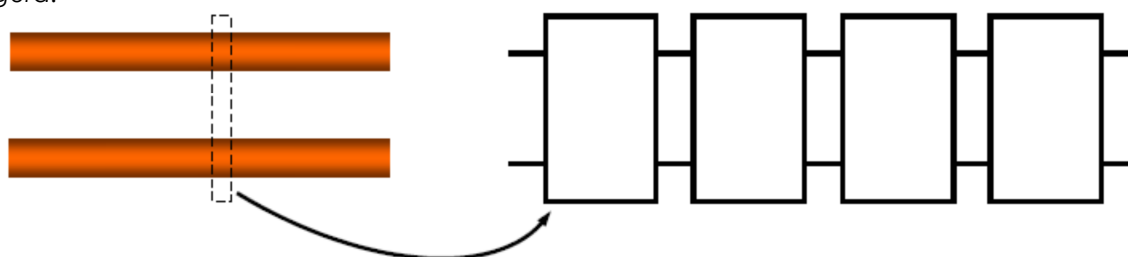
Podemos pensar a una línea de transmisión básica como un par de electrodos que se extienden paralelos por una longitud grande (en relación con la longitud de onda) en una dada dirección. El par de electrodos se hallan cargados con distribuciones de carga (variables a lo largo de la línea) iguales y opuestas, formando un capacitor distribuido. Al mismo tiempo circulan corrientes opuestas (variables a lo largo de la línea) de igual magnitud, creando campo magnético que puede expresarse a través de una inductancia distribuida. La potencia fluye a lo largo de la línea.

Los ejemplos más importantes de líneas de transmisión son el par bifilar, el coaxial y la microcinta.



MODELO IDEAL DE UNA LINEA DE TX (SIN PERDIDAS)

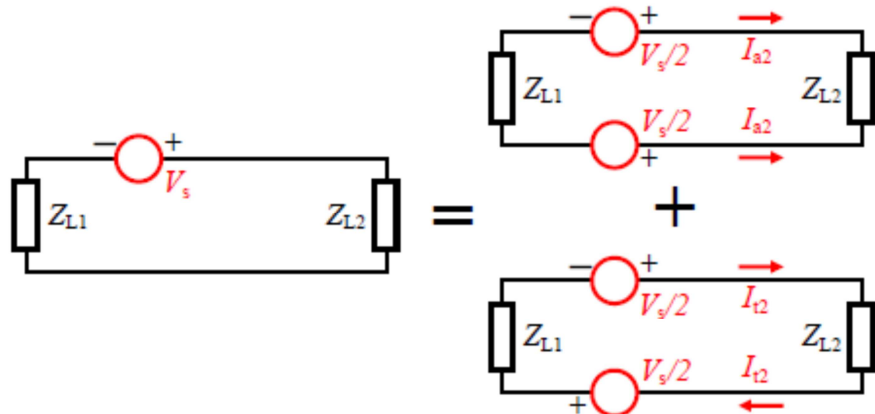
Para usar un modelo cuasiestático se representa a la línea como una cascada de cuadripolos. Cada cuadripolo representa un tramo de línea de pequeña longitud frente a la mínima longitud de onda de la señal. Por lo tanto cada tramo se puede modelizar como un circuito usando la aproximación cuasiestática, como vemos en la siguiente figura:



Este modelo se conoce como modelo de constantes distribuidas. Esta descripción corresponde a una línea bifilar. En muchas aplicaciones es necesario considerar líneas multifilares, como por ejemplo en circuitos impresos e integrados. Para el análisis circuital es necesario usar coeficientes de capacidad/inducción e inductancias parciales.

La energía electromagnética puede ingresar a una línea de transmisión en forma de excitación concentrada o distribuida. Las fuentes concentradas se aplican en un punto determinado de la línea y la señal se propaga por la línea desde allí. Se simula este tipo de excitación mediante fuentes de tensión y/o corriente conectadas en el sitio de ingreso de la excitación (por ejemplo, la conexión de la línea a otro circuito).

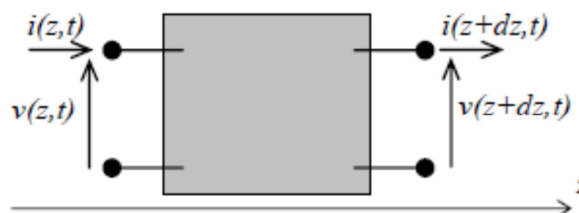
En el caso de una fuente distribuida la excitación se distribuye a lo largo de la línea. Se simula esta situación mediante una onda, habitualmente plana, que ilumina a la línea en toda o parte de su extensión. Una dada excitación puede generar distintas respuestas de la línea.



En la figura se esquematiza una fuente concentrada en un punto de una línea cargada en ambos extremos. Esta fuente produce corrientes a lo largo de la línea que pueden representarse como la superposición de corrientes en modo común (modo de antena) y corrientes en modo diferencial (modo de línea de transmisión).

La circulación de corrientes variables en el tiempo produce emisión de radiación electromagnética. En el modo de antena las corrientes circulan en el mismo sentido en ambos conductores, lo que refuerza los campos individuales radiados, mientras que en el modo de línea las corrientes tienen sentidos opuestos y la radiación neta es baja. Por este motivo es importante analizar el comportamiento de radiación de líneas para estimar la posible interferencia por radiación. Este fenómeno no se observa en los circuitos de parámetros concentrados ya que la eficiencia de radiación de tramos cortos de corriente (comparados con la longitud de onda de los campos) es muy baja.

En una línea de transmisión hay dimensiones, las transversales, que cumplen la condición cuasiestática ($D \ll \lambda$), pero la otra dimensión (longitudinal) habitualmente no la cumple. Sin embargo, podemos ver a la línea como una sucesión o cascada de cuadripolos de longitud infinitesimal y para cada uno de ellos usar un modelo circuital, cuyos parámetros descriptivos son las tensiones y corrientes a la entrada y salida, ya que las dimensiones del cuadripolo satisfacen la condición cuasiestática. Elegimos la dirección del eje cartesiano z a lo largo de la línea. Cada tramo de longitud dz a lo largo de la dirección z puede asociarse a un cuadripolo, como se esquematiza en la figura.



Asumimos en esta sección que la línea no presenta pérdidas de energía (línea ideal). En tal caso los conductores de la línea serán perfectos ($\sigma \rightarrow \infty$) y el dieléctrico entre ellos tampoco tendrá pérdidas.

Las cargas y corrientes en los conductores crearán campos eléctricos y magnéticos cuya energía almacenada puede modelizarse por componentes reactivos puros: capacidad e inductancia. La capacidad está asociada al campo eléctrico creado por las cargas en los conductores de la línea y la inductancia al campo magnético generado por las corrientes que circulan por ella. Nos queda así el cuadripolo de la figura, donde Ldz es la inductancia del tramo y Cdz su capacidad.

Podemos aplicar ahora las leyes de Kirchhoff a este modelo cuasiestático. La primera ley, aplicada al nodo A lleva a:

$$i(z+dz) - i(z) + Cdz \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_z = 0$$

Donde el último término representa la corriente que sale de A por el capacitor. Pero, a primer orden:

$$i(z+dz) - i(z) \approx \left. \frac{\partial i}{\partial z} \right|_z dz \Rightarrow \left. \frac{\partial i}{\partial z} \right|_z \approx -C \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_z$$

Análogamente, si aplicamos la segunda ley de Kirchhoff recorriendo la malla formada por el cuadripolo en sentido antihorario, tenemos:

$$v(z+dz) + Ldz \left. \frac{\partial i}{\partial t} \right|_z - v(z) \approx 0$$

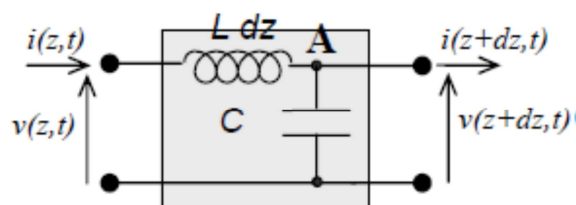
de donde se obtiene, nuevamente a primer orden:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_z \approx -L \left. \frac{\partial i}{\partial t} \right|_z$$

En resumen:

$$\left. \frac{\partial i}{\partial z} \right|_z = -C \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_z \quad \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_z \approx -L \left. \frac{\partial i}{\partial t} \right|_z$$

Estas dos ecuaciones diferenciales ligadas para la tensión y la corriente a la entrada del cuadripolo son las llamadas ecuaciones del telegrafista para la línea ideal.



Con el fin de analizar el significado de estas ecuaciones nos conviene desacoplar las ecuaciones diferenciales, para lo cual derivamos la primera respecto del tiempo y la segunda respecto de z :

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} = -C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -L \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial z}$$

donde se ha sobreentendido que las cantidades se calculan en z . Pero las derivadas cruzadas son iguales, de manera que nos queda:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0$$

Esta ecuación diferencial para la tensión $v(z,t)$ se denomina ecuación de ondas o ecuación de D'Alembert es una ecuación diferencial lineal homogénea a derivadas parciales, cuya solución es cualquier función del tipo:

$$v(z,t) = f(z \mp ct) \quad \text{con} \quad c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Esta función representa una onda que se propaga a lo largo del eje z con velocidad c , de comportamiento similar a las ondas en una cuerda vibrante.

Si se toma el signo $(-)$ de la doble determinación, la onda se propaga en el sentido de $+z$ (onda progresiva), mientras que si se toma el signo $(+)$ la propagación es según $-z$ (onda regresiva).

Se obtiene una ecuación idéntica para la corriente $i(z,t)$ a lo largo de la línea.

Se observa entonces que la solución a las ecuaciones del telegrafista en una línea ideal son ondas de tensión y corriente que se propagan a lo largo de la línea.

Además las ondas de tensión y corriente están vinculadas entre sí.

Consideremos una onda progresiva con: $v(z,t) = f(z - ct)$ y $i(z,t) = g(z - ct)$.

Entonces:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial u} \\ \frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = -c \frac{\partial g}{\partial u} \end{cases}$$

Luego:

$$\frac{\partial f}{\partial u} = L c \frac{\partial g}{\partial u}$$

E integrando se obtiene:

$$f(z - ct) = \sqrt{\frac{L}{C}} g(z - ct)$$

De donde:

$$v(z, t) = Z_0 i(z, t) \quad \text{con} \quad Z_0 = \sqrt{L/C}$$

La cantidad Z_0 tiene dimensiones de impedancia y se llama impedancia característica de la línea. Junto con la velocidad de propagación de las ondas $c = 1/\sqrt{LC}$ son los parámetros fundamentales que describen el comportamiento de la línea como dispositivo transmisor de energía.

Si ahora tomamos el par de funciones correspondiente a una onda regresiva:

$$v(z, t) = f(z + ct) \quad \text{y} \quad i(z, t) = g(z + ct)$$

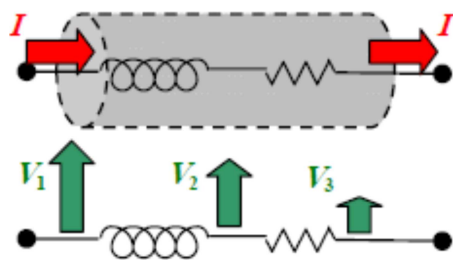
es fácil demostrar que

$$v(z, t) = -Z_0 i(z, t)$$

de modo que en general:

$$v_{\pm}(z, t) = \pm Z_0 i_{\pm}(z, t) \quad \text{con} \quad Z_0 = \sqrt{L/C}$$

donde el signo + corresponde a la onda progresiva y el signo - a la regresiva.



En un circuito de constantes concentradas, la corriente que entra en un "nodo" es la misma que la que sale (1ra. Ley de Kirchhoff), y las variaciones de tensión a lo largo del circuito se concentran en cada elemento concentrado, que desde el punto de vista geométrico no tiene extensión. No hay variación de tensión a lo largo de los "cables de conexión" entre elementos concentrados, que se consideran volúmenes equipotenciales.

En una línea de transmisión la situación es totalmente diferente. La corriente que cruza secciones transversales a la línea y la tensión entre los conductores medida sobre una sección transversal dependen de la posición. Así, no se cumplen las leyes de Kirchhoff. Hay acumulación de carga a lo largo de la línea. La tensión varía punto a punto a lo largo de la línea y no hay sitios (salvo que se conecte un elemento concentrado desde fuera de la línea) donde haya una "caída" abrupta de tensión.

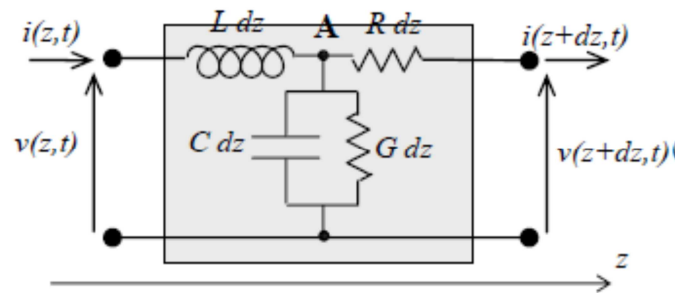
Por este motivo, la línea no puede remplazarse por una impedancia concentrada, salvo en el caso particular en que su dimensión longitudinal sea despreciable frente a la mínima longitud de onda de la señal (condición cuasiestacionaria), donde habitualmente se la puede remplazar por un circuito equivalente de dos puertas como veremos más abajo, pero casi nunca por un par de "cables de conexión" equipotenciales.

MODELO REAL DE UNA LÍNEA DE TX (CON PERDIDAS)

En una línea de transmisión las pérdidas se dan por:

- pérdidas por efecto Joule en los conductores;
- pérdidas dieléctricas.

El modelo circuital de cuadripolo de la sección precedente puede incorporar estas pérdidas mediante una resistencia en serie, que modela las pérdidas por efecto Joule debidas a la circulación de corriente en los conductores de la línea y una conductancia en paralelo, que modela las pérdidas dieléctricas mediante una conductividad equivalente del material, como se ilustra en la figura siguiente:



Para obtener las ecuaciones del telegrafista para este modelo de la línea con pérdidas, aplicamos nuevamente la primera ley de Kirchhoff al nodo A:

$$i(z+dz) - i(z) = -Gdzv(z) - Cdz \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_z \Rightarrow \left. \frac{\partial i}{\partial z} \right|_z = -Gv(z) - C \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_z$$

Recorriendo ahora la malla que forma el circuito, por la segunda ley de Kirchhoff:

$$v(z+dz) - v(z) = -Rdz i(z) - Ldz \left. \frac{\partial i}{\partial t} \right|_z \Rightarrow \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_z = -Ri(z) - L \left. \frac{\partial i}{\partial t} \right|_z$$

Las ecuaciones diferenciales acopladas son las nuevas ecuaciones del telegrafista. Para resolverlas nuevamente se desacoplan las ecuaciones a través de las derivadas cruzadas para obtener:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_z = -Ri(z) - L \left. \frac{\partial i}{\partial t} \right|_z &\Rightarrow \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -R \frac{\partial i}{\partial z} - L \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial z} = RGv + RC \frac{\partial v}{\partial t} - L \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial z} \\ \left. \frac{\partial i}{\partial z} \right|_z = -Gv(z) - C \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_z &\Rightarrow \frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} = -G \frac{\partial v}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned}$$

De donde se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} &= RGv + (RC + LG) \frac{\partial v}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} &= RG i + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \end{aligned}$$

Estas son ecuaciones diferenciales de tipo ondulatorio modificado. Quedan ecuaciones de onda de **D'Alembert** si consideramos pérdidas nulas ($R = G = 0$).

No existe solución general de estas ecuaciones como en el caso ideal. Sin embargo cualquier forma de onda físicamente realizable puede expresarse mediante una integral de Fourier² y la resolución es simple para variaciones armónicas:

$$v(z, t) = v_s(z) e^{i\omega t} \quad i(z, t) = i_s(z) e^{i\omega t}$$

en notación fasorial. Con esta elección la ecuación diferencial para la tensión queda:

$$\frac{d^2 v_s}{dz^2} = [RG + i\omega(RC + LG) - \omega^2 LC] v_s \Rightarrow \frac{d^2 v_s}{dz^2} + \gamma^2 v_s = 0$$

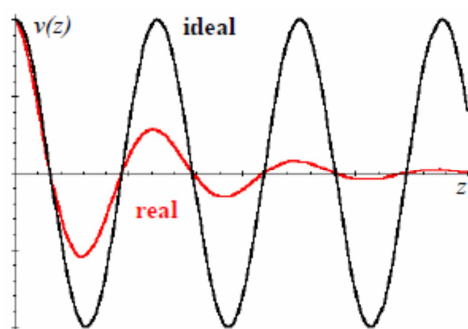
con

$$\gamma = \beta - i\alpha = \sqrt{\omega^2 LC - RG - i\omega(RC + LG)} = \sqrt{-(R + i\omega L)(G + i\omega C)}$$

y se obtiene una ecuación similar para la corriente. Estas ecuaciones son llamadas ecuaciones de Helmholtz, donde el número de onda $\gamma = \beta - i\alpha$ es complejo, indicando una propagación con atenuación, causada por las pérdidas. Las ondas de tensión y corriente con número de onda complejo quedan:

$$v(z, t) = v_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \beta z)} \quad i(z, t) = i_0 e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

donde se ve que las amplitudes decrecen a medida que la onda se propaga por la atenuación producida por las pérdidas. En la figura se observan dos ondas armónicas de igual frecuencia, una en una línea ideal y la otra en una línea real con $\alpha = \beta / 5$. La velocidad de propagación de las ondas es la velocidad de propagación de los planos de fase constante o velocidad de fase:



$$\omega t - \beta z = \text{cte.} \Rightarrow v_f = \omega / \beta$$

En general, la relación entre ω y β es no lineal por la presencia de la raíz cuadrada en la expresión de γ . Esto lleva a que la velocidad de las ondas (la velocidad de fase) dependa de la frecuencia, fenómeno conocido como dispersión de un paquete de ondas porque algunas componentes de Fourier viajan más rápido que otras.

Como:

$$\gamma = \sqrt{-(R + i\omega L)(G + i\omega C)} = \omega \sqrt{LC} \sqrt{(1 - iR/\omega L)(1 - iG/\omega C)}$$

Si

$$R/\omega L = G/\omega C \Rightarrow \gamma = \beta - i\alpha = \omega \sqrt{LC} (1 - iR/\omega L)$$

y se ve que en este caso la relación entre ω y β es lineal por lo que no hay dispersión. Las líneas que cumplen esta condición son entonces no dispersivas o no distorsivas.

Si se define:

$$Z = R + i\omega L \quad (\text{impedancia serie por unidad de longitud})$$

$$Y = G + i\omega C \quad (\text{admitancia paralelo por unidad de longitud})$$

Se tiene:

$$\gamma = \sqrt{-ZY}$$

Si vinculamos nuevamente las ondas de tensión y de corriente mediante las ecuaciones del telegrafista podemos obtener la expresión de la impedancia característica de la línea con pérdidas:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}} = Z'_0 + iZ''_0$$

La impedancia característica compleja indica que hay un desfase temporal entre la onda de tensión y la onda de corriente para el mismo z en la línea. Análogamente podemos demostrar que para una onda regresiva:

$$v(z,t) = v_0 e^{i(\omega t + kz)} \quad i(z,t) = i_0 e^{i(\omega t + kz)} \Rightarrow v_0 = -Z_0 i_0$$

- La impedancia característica de una línea de transmisión es la impedancia (relación entre la tensión y la corriente) que se mediría en un plano de $z = \text{cte.}$ sobre la línea infinita para una onda progresiva.
- En general Z_0 es compleja, lo que señala un desfase entre las ondas de tensión y de corriente.

MODELO DE LINEAS DE TX CON BAJAS PÉRDIDAS

En los casos prácticos, las líneas se usan para transmitir energía por medio de ondas guiadas. Por lo tanto es esencial minimizar las pérdidas de propagación.

Hablamos de una línea de bajas pérdidas cuando:

$$R \ll \omega L \quad G \ll \omega C$$

lo que equivale a decir que la potencia de pérdidas es mucho menor que la potencia media almacenada en el campo electromagnético (que se propagará como una onda) en la línea.

$$\gamma = \beta - i\alpha = \sqrt{-ZY} = \sqrt{-(R + i\omega L)(G + i\omega C)} = \sqrt{\omega^2 LC \left(1 - i\frac{R}{\omega L}\right) \left(1 - i\frac{G}{\omega C}\right)}$$

Podemos aproximar en este caso las expresiones de γ y Z_0 :

Si despreciamos el término de orden superior $RG \ll \omega^2 LC$ y luego desarrollamos en serie de Taylor Para $i(R/\omega L + G/\omega C) \rightarrow 0$ obtenemos:

$$\gamma = \beta - i\alpha \approx \omega\sqrt{LC} \sqrt{1 - i\frac{R}{\omega L} - i\frac{G}{\omega C}} \approx \omega\sqrt{LC} \left[1 - \frac{i}{2} \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C} \right) \right]$$

De donde:

$$\beta \approx \omega\sqrt{LC} \quad \alpha \approx \frac{\beta}{2} \left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C} \right) \ll \beta$$

En esta aproximación la velocidad de las ondas será:

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

y es la misma para cualquier frecuencia, de modo que para bajas pérdidas no hay dispersión. Debido a la velocidad finita de propagación, existe un retardo de las señales al atravesar una línea. Este retardo de propagación se mide en s por m de línea y es la inversa de la velocidad en la línea:

$$\tau_p = 1/v_f = \sqrt{LC}$$

β tiene unidad de rad/m, mientras que la unidad de α son neper/m. Suele usarse la unidad dB/m, donde:

$$\alpha(\text{dB/m}) = 20 \log_{10}(e) \alpha(\text{neper/m}) \approx 8.686 \alpha(\text{neper/m})$$

La impedancia característica es, con similares aproximaciones:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C} \frac{1 - iR/\omega L}{1 - iG/\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\left(1 - i\frac{R}{\omega L}\right) \left(1 + i\frac{G}{\omega C}\right)} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \left[1 + \frac{i}{2} \left(\frac{G}{\omega C} - \frac{R}{\omega L} \right) \right]$$

de donde:

$$Z_0 = Z'_0 + iZ''_0 \quad \text{con:} \quad Z'_0 \equiv \sqrt{\frac{L}{C}} \quad Z''_0 \approx \frac{Z'_0}{2} \left(\frac{G}{\omega C} - \frac{R}{\omega L} \right) \ll Z'_0$$

Ejemplo 1: Calcular las constantes de propagación y de atenuación, la velocidad de fase y la impedancia característica a $f = 10$ MHz de una línea con los siguientes parámetros:

- a) $L = 1.2 \mu\text{H/m}$, $C = 30 \text{ pF/m}$,
 b) $L = 1.2 \mu\text{H/m}$, $C = 30 \text{ pF/m}$, $R = 0.1 \Omega/\text{m}$,
 c) $L = 1.2 \mu\text{H/m}$, $C = 30 \text{ pF/m}$, $R = 0.1 \Omega/\text{m}$, $G = 10^{-6} \text{ 1}/\Omega\text{m}$.

Solución:

- a) se trata de una línea ideal:

$$\gamma = \beta = \omega\sqrt{LC} \approx 0.377 \text{ m}^{-1}$$

$$v_f = 1/\sqrt{LC} \approx 1.67 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 0.55 c$$

$$Z_0 = \sqrt{L/C} = 200 \Omega$$

- b) hay pérdidas en los conductores, pero: $R = 0.1 \Omega/\text{m} \ll \omega L \approx 75.4 \Omega/\text{m}$ de modo que es una línea de bajas pérdidas, por tanto tenemos:

$$\beta \approx \omega\sqrt{LC} \approx 0.377 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha \approx R\beta/2\omega L \approx 0.00025 \text{ m}^{-1}$$

$$v_f \approx 1/\sqrt{LC} \approx 1.67 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 0.55 c$$

$$Z'_0 \approx \sqrt{L/C} = 200 \Omega$$

$$Z''_0 \approx -RZ'_0/2\omega L \approx 0.13 \Omega$$

- c) hay pérdidas conductoras y dieléctricas. Usamos las fórmulas generales:

$$Z = R + i\omega L$$

$$Y = G + i\omega C$$

$$\gamma = \beta - i\alpha = \sqrt{-ZY} \approx (0.377 - i 3.5 \times 10^{-4}) \text{ m}^{-1}$$

$$v_f = \omega/\beta \approx 1.67 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 0.56 c$$

$$Z_0 = \sqrt{Z/Y} \approx (200 - i 0.08) \Omega$$

Ejemplo 02: Graficar la variación del módulo de la impedancia característica en función de la frecuencia para el caso c del Ejemplo anterior.

El módulo de la impedancia característica es:

$$|Z_0| = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}$$

En el caso b) no hay pérdidas dieléctricas, de modo que la impedancia queda indefinida para $\omega \rightarrow 0$. Para $\omega \rightarrow \infty$,

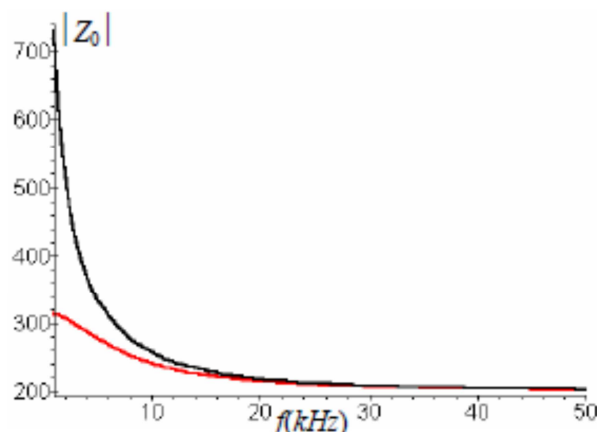
$$Z_0 \rightarrow \sqrt{L/C} = 200 \Omega$$

En la gráfica se presenta en negro la variación de Z_0 con la frecuencia.

Para $w = 0$

$$Z_0 \rightarrow \sqrt{R/G} \approx 316 \Omega$$

En estos ejemplos se pone en evidencia la fuerte dependencia del valor y el comportamiento de los parámetros de una línea con la frecuencia.



POTENCIA EN UNA LINEA DE TX

Las ondas electromagnéticas transportan energía, que puede describirse mediante el vector de Poynting: $N(z,t) = E(z,t) \times H(z,t)$. Dado que los campos pueden relacionarse con las ondas de tensión y corriente en la línea, es más sencillo derivar el transporte de energía usando el cuadripolo del modelo circuital de la línea. Podemos hallar un análogo del teorema de Poynting a partir de las ecuaciones del telegrafista:

$$\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial z} &= -Gv - C \frac{\partial v}{\partial t} & \frac{\partial v}{\partial z} &= -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \\ v \frac{\partial i}{\partial z} &= -Gv^2 - \frac{C}{2} \frac{\partial v^2}{\partial t}, & i \frac{\partial v}{\partial z} &= -Ri^2 - \frac{L}{2} \frac{\partial i^2}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z}(vi) = -(Gv^2 + Ri^2) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} Cv^2 + \frac{1}{2} Li^2 \right) \end{aligned}$$

Multiplicamos la primera ecuación por v y la segunda por i y sumamos miembro a miembro para obtener:

de donde se ve que el flujo de potencia vi se convierte en potencia disipada en los elementos activos G y R o se almacena en los elementos reactivos L y C .

Al igual que en el caso de los campos, podemos calcular la potencia media transportada por la onda utilizando la notación fasorial:

$$\langle vi \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(vi^*)$$

Para una onda progresiva armónica en una línea sin pérdidas

$$\langle vi \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(vi^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(v_0 e^{i(\alpha x - \beta z)} i_0^* e^{-i(\alpha x - \beta z)}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(v_0 \frac{v_0^*}{Z_0^*}\right) = \frac{|v_0|^2 Z_0'}{2|v_0|^2}$$

En el caso de una línea con pérdidas la potencia va decayendo por la atenuación a medida que se propaga:

$$\langle vi \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(vi^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(v_0 e^{-\alpha z} e^{i(\alpha x - \beta z)} i_0^* e^{-\alpha z} e^{-i(\alpha x - \beta z)}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(v_0 \frac{v_0^*}{Z_0^*}\right) e^{-2\alpha z} = \frac{|v_0|^2 Z_0'}{2|v_0|^2} e^{-2\alpha z}$$

De aquí se observa que la relación entre la potencia que fluye en z y en $(z+1m)$ es:

$$\frac{\langle vi \rangle_z}{\langle vi \rangle_{z+1}} = \frac{e^{-2\alpha z}}{e^{-2\alpha(z+1)}} = e^{2\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\langle vi \rangle_z}{\langle vi \rangle_{z+1}}\right)$$

La relación de potencias se puede expresar:

$$10 \log_{10}\left(\frac{\langle vi \rangle_z}{\langle vi \rangle_{z+1}}\right) = 10 \log_{10}(e^{2\alpha}) = 20 \log_{10}(e) \alpha$$

de donde surge la expresión de la atenuación en decibels por metro.

Ejemplo 03: Calcular la potencia activa que viaja por las líneas del Ejemplo 01 si se propaga una onda progresiva con $V_0 = 10V$.

Tenemos que:

$$\langle v_i \rangle = \frac{|v_0|^2 Z'_0}{2|Z_0|^2}$$

Al remplazar los datos del problema 01, se obtiene:

Caso a)

$$= \frac{v_0^2}{2Z_0} \approx 0.25 W$$

Caso b)

$$= \frac{v_0^2 Z'_0}{2|Z_0|^2} \approx 0.25 W$$

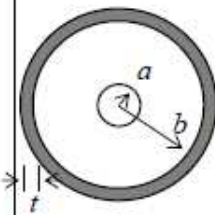
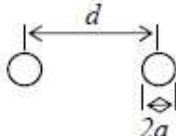
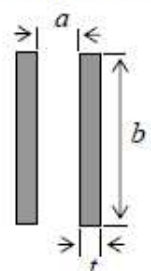
Caso c)

$$= \frac{v_0^2 Z'_0}{2|Z_0|^2} \approx 0.447 W$$

Parámetros circuitales de líneas de Transmisión

El uso del modelo cuasi-estático de cuadripolo para cada tramo de la línea de Tx permite calcular, como en la situación estática, los parámetros circuitales del modelo. Para muy altas frecuencias el modelo cuasi-estático deja de ser válido y se debe usar el modelo de campos de las guías de onda. Para frecuencias no tan altas se puede usar el modelo cuasi-estático pero se debe tener en cuenta, por ejemplo, la distribución no homogénea de corriente en los conductores para el cálculo de las pérdidas por efecto Joule.

En el siguiente cuadro se resume las propiedades de las líneas de uso común:

	Coaxil	Bifilar	Doble cinta
			
$C \text{ (F/m)}$	$\frac{2 \pi \varepsilon}{\ln(b/a)}$	$\frac{\pi \varepsilon}{\ln(d/a)}$	$\frac{\varepsilon b}{a}$
$L \text{ (Hy/m)}$	$\frac{\mu}{2 \pi} \ln(b/a)$	$\frac{\mu}{\pi} \ln(d/a)$	$\frac{\mu a}{b}$
$G \text{ (}\Omega \text{ m)}^{-1}$	$\frac{2 \pi \sigma_{eq}}{\ln(b/a)}$	$\frac{2 \pi \sigma_{eq}}{\ln(d/a)}$	$\frac{\sigma_{eq} b}{a}$
Alta frecuencia	$R \text{ (}\Omega \text{ / m)}$	$\frac{R_s}{\pi a}$	$\frac{2 R_s}{b}$
	$Z_0 \text{ (}\Omega \text{)}$	$\frac{\eta}{\pi} \ln(d/a)$	$\frac{\eta a}{b}$
Baja frecuencia	$R \text{ (}\Omega \text{ / m)}$	$\frac{2 \rho}{\pi a^2}$	$\frac{2 \rho}{bt}$
	$Z_0 \text{ (}\Omega \text{)}$	$\sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}$	

donde ε , μ son los parámetros del material dieléctrico,

$$\sigma_{eq} = \omega \varepsilon$$

es la conductividad equivalente del dieléctrico (que está asociada a las pérdidas dieléctricas)

$$n = \rho \sqrt{\mu/\varepsilon}$$

es la resistividad de baja frecuencia de los conductores (supuestos del mismo material)

$$R_s = \sqrt{\omega\mu/2\sigma}$$

es la resistencia superficial de los conductores a alta frecuencia. Este parámetro surge del efecto pelicular de distribución no homogénea de corriente en un conductor a alta frecuencia.

A bajas frecuencias suponemos que la distribución de corriente es uniforme en la sección de los conductores. La inductancia por unidad de longitud es la inductancia externa solamente.

La impedancia característica a baja frecuencia se debe calcular con la fórmula general para no introducir errores.

Tipo	Diámetro exterior	Z_0	v_f/c	Peso cada 100m	C	f(MHz) / Atenuación en dB cada 100 m									
	mm	ohm		kg	pF/m	10	14	28	50	100	144	435	1296	2300	
Aircom Plus	10.8	50	0.80	15.0	84	0.9				3.3	4.5	8.2	14.5	21.5	
H2000 Flex®	10.3	50	0.83	14.0	80	1.1	1.4	2	2.7	3.9	4.8	8.5	15.7	21.8	
H 100	9.8	50	0.84	11.0	79			2	2.8		4.9	8.8	16	22.4	
H 500	9.8	50	0.81	13.5	82	1.3			2.9	4.1	5.6	9.3	16.8	24.1	
RG 213 US100	10.3	50	0.66	15.5	101			2.4	3.2		5.9	10.1	21.1		
RG 213 U	10.3	50	0.66	15.5	101	2.2		3.1	4.4	6.2	7.9	14.8	27.5	41	
Aircell 7	7.3	50	0.83	7.2	74		3.4	3.7	4.8	6.6	7.9	14.1	26.1	37.9	
H 155	5.4	50	0.79	3.9	100			4.9	6.5	9.4	11.2	19.8	34.9	50	
RG 58 CU	5.0	50	0.66	4.0	101	4.6	6.2	8	11	15.6	17.8	33.2	64.5	110	
RG 55	5.4	53	0.66	6.0	94						16	29	52		
RG 62 A/U	6.2	93	0.85	1.73	40			5.0				22.0			
RG 223	5.4	50	0.66	6.0	101		6.1	7.9	11	15.4	17.6	30	57	85	
RG 174	2.6	50	0.66	1.1	101	13		18		30	34	60	110	175	
RG 142	4.95	50	0.635								15	28	49	72	
H 43	9.8	75	0.85	9.1	52	1.2			2.5	3.7		8	14.8		
RG 11	10.3	75	0.66	13.9	67				4.6	6.9		17.5			
RG 59	6.15	75	0.66	5.7	67					11.5	15	25	49	72	

Ejemplo: De acuerdo a tablas, el cable coaxial RG59 tiene un radio de la malla de 3.1 mm, impedancia característica $Z_0 = 75 \Omega$ y las ondas se propagan con velocidad $v = 0.66 c$. A 100 MHz la atenuación es 11.5 dB cada 100m. Hallar la permitividad del dieléctrico, el radio del conductor interior, la inductancia, capacidad y resistencia por unidad de longitud.

Solución

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Como la velocidad de propagación en la línea es:

$$v = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{\mu\epsilon} = c/\sqrt{\epsilon_r}$$

Y como:

$$\mu \approx \mu_0:$$

Tenemos:

$$\epsilon_r = 1/(v/c)^2 \approx 2.3$$

Además a alta frecuencia:

$$Z_0 = \frac{\eta}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow \ln\left(\frac{b}{a}\right) = 2\pi\sqrt{\epsilon_r} \frac{Z_0}{\eta_0} \approx 1.895$$

Y como

$$b = 3.1 \text{ mm} \quad \ln(b/a) \approx 1.895 \Rightarrow a \approx 0.46 \text{ mm}$$

Con estos valores podemos calcular

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a) \approx 38 \text{ } \mu\text{Hy} / \text{m} \quad C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \approx 67 \text{ pF} / \text{m}$$

La atenuación, suponiendo únicamente pérdidas conductoras o resistivas, es:

$$\alpha \approx \frac{\sqrt{LC}}{2} \left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2Z_0} \Rightarrow R = 2\alpha Z_0$$

Pasamos α de dB/m a neper/m:

$$\alpha(\text{neper/m}) \approx \alpha(\text{dB/m}) / 8.686 \approx 13.2 \times 10^{-3} \text{ neper/m}$$

Y entonces:

$$R = 2\alpha Z_0 \approx 2 \Omega / \text{m}$$

Ejemplo : Calcular la impedancia característica a alta frecuencia de las siguientes líneas:

- a) Bifilar con dieléctrico de aire. $d = 1 \text{ cm}$, $a = 0.6 \text{ mm}$.
- b) Idem b) pero con dieléctrico de polietileno ($\epsilon_r = 2.2$).
- c) Doble cinta con dieléctrico de aire. $a = 5 \text{ mm}$, $b = 3 \text{ cm}$.
- d) Idem c) pero con dieléctrico de poliestireno ($\epsilon_r = 2.7$).

Usamos las expresiones de la tabla anterior:

Solución

$$\text{a) } Z_0 = \frac{\eta_0}{\pi} \ln(d/a) \approx 337.4 \Omega \quad \text{b) } Z_0 = \frac{\eta_0}{\pi\sqrt{\epsilon_r}} \ln(d/a) \approx 227.5 \Omega$$

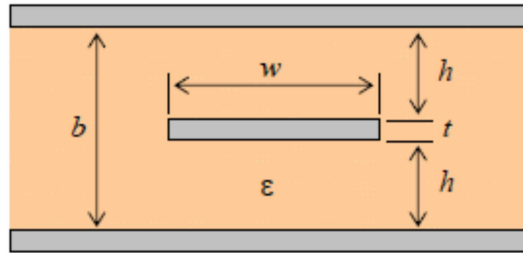
$$\text{c) } Z_0 = \frac{\eta_0 a}{b} \approx 2260.4 \Omega \quad \text{d) } Z_0 = \frac{\eta_0 a}{b\sqrt{\epsilon_r}} \approx 1375.6 \Omega$$

Líneas de cinta

Las líneas de cinta se utilizan mucho en aplicaciones electrónicas. Se las usa por su facilidad de construcción en circuitos integrados y para crear componentes de circuitos como filtros, acopladores, resonadores, antenas y otros.

Hay diversas variantes de las líneas de cinta, de las que las más usadas son la línea de cinta propiamente dicha (stripline) y la línea de microcinta (microstrip).

Stripline



Las **striplines** están formadas por dos cintas conductoras paralelas de tierra, y una cinta conductora interna de señal entre ellas. El ancho w de la cinta de señal es pequeño frente al ancho de las cintas de tierra, de manera que éstas pueden considerarse planos infinitos. El espesor de la cinta de señal es t y la separación entre las cintas de tierra, llena con un dieléctrico de permitividad ϵ , es b . Hay fórmulas aproximadas en la literatura para calcular la impedancia característica de una línea **stripline**.

Sea

$$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon} \approx \eta_0 / \sqrt{\epsilon_r} \approx 120\pi / \sqrt{\epsilon_r} \text{ } (\Omega)$$

La fórmula que da mayor precisión cuando puede despreciarse el espesor t de la cinta de señal es:

$$Z_{01} \approx \frac{\eta}{4} \frac{K(k)}{K(\sqrt{1-k^2})} \text{ donde } k = 1 / \cosh\left(\frac{\pi w}{2b}\right)$$

Y

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}}$$

es la integral elíptica completa de primera especie.

Para $w/b > 0.56$ esta expresión se aproxima como:

$$Z_{02} \approx \frac{\pi\eta}{8} \frac{1}{\ln(2e^{\pi w/2b})}$$

La velocidad de propagación y la longitud de onda en la línea se obtienen de las expresiones:

$$v = c / \sqrt{\epsilon_r} \quad \text{y} \quad \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r}$$

donde c es la velocidad de la luz y λ_0 la longitud de onda en el vacío.

La atenuación debida a las pérdidas óhmicas en los conductores es aproximadamente (en dB/m):

$$\alpha_c \cong 8.686 \frac{R_s}{\eta b} \left[\frac{\pi w / b + \ln(4b / \pi t)}{\ln 2 + \pi w / 2b} \right]$$

$$(\text{para } w > 2b \quad \text{y} \quad t < b/10)$$

Donde:

$$R_s = \sqrt{\omega \mu / 2 \sigma}$$

Mientras que la atenuación debida a las pérdidas dieléctricas es (también en dB/m):

$$\alpha_D \approx 8.686 \eta \sigma_{eq}$$

Donde

$$\sigma_{eq} = \omega \epsilon$$

Es la conductividad equivalente del dieléctrico.

Ejemplo : Hallar la impedancia característica, la velocidad de propagación, la longitud de onda y los factores de atenuación a 100 MHz de una línea stripline de parámetros: $b = 1\text{mm}$, $w = 2\text{mm}$, $t = 10 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 2.5$, $\sigma = 6 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$.

Solución:

$$\eta \approx 120\pi / \sqrt{\epsilon_r} \approx 238.43 \Omega$$

$$k = 1 / \cosh\left(\frac{\pi w}{2b}\right) \approx 0.086$$

Entonces:

$$Z_{01} \approx \frac{\eta}{4} \frac{K(k)}{K(\sqrt{1-k^2})} \approx 24.417 \Omega$$

$$Z_{02} \approx \frac{\pi \eta}{8} \frac{1}{\ln(2 e^{\pi w / 2b})} \approx 24.417 \Omega$$

La velocidad de propagación y la longitud de onda en la línea son:

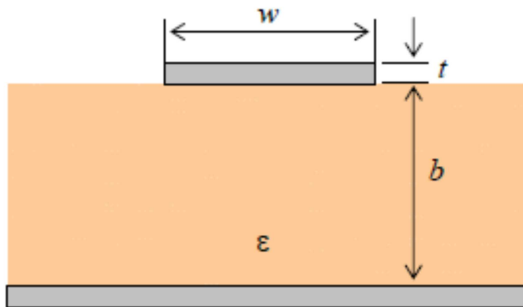
$$v = c / \sqrt{\epsilon_r} \approx 0.63 c \approx 1.9 \times 10^8 \text{ m/s} \quad \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r} = v / f \approx 1.9 \text{ m}$$

El factor de atenuación por pérdidas conductoras es:

$$\alpha_c \approx 8.686 \frac{R_s}{\eta b} \left[\frac{\pi w / b + \ln(4b / \pi t)}{\ln 2 + \pi w / 2b} \right] = \frac{8.686}{b} \sqrt{\frac{\omega \epsilon}{2\sigma}} \left[\frac{\pi w / b + \ln(4b / \pi t)}{\ln 2 + \pi w / 2b} \right] \approx 0.33 \text{ dB/m}$$

Microstrip

A diferencia de la **stripline**, las líneas **microstrip** son estructuras abiertas, de forma que las líneas de campo no están confinadas y la propagación debe analizarse en rigor con las técnicas de campos de las guías de onda. Sin embargo, a bajas frecuencias es posible un análisis cuasi-estático con parámetros distribuidos. Hay diversas variantes constructivas de estas líneas, y a modo de ejemplo presentamos la configuración clásica de la figura. Una cinta conductora muy ancha funciona como plano de tierra y sobre ella se coloca un sustrato dieléctrico de permitividad ϵ y espesor b . Sobre el sustrato hay una cinta de señal de espesor t y ancho w .



La impedancia característica de la línea es de difícil cálculo debido al campo disperso fuera de la región entre los conductores. Las expresiones más conocidas son las halladas por Wheeler. A partir de ellas se han realizado aproximaciones y mejoras para diversas situaciones. En esta sección solamente presentamos las fórmulas más sencillas en las que se desprecia el espesor t de la cinta de señal.

Sea

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 12b/w}} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{b} \right)^2 \right]$$

Entonces:

$$\text{Si } w/b \leq 1 \Rightarrow Z_0 \approx \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{eff}}} \ln\left(\frac{8b}{w} + \frac{w}{4b}\right)$$

$$\text{Si } w/b \geq 1 \Rightarrow Z_0 \approx \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{1}{w/b + 1.393 + 0.667 \ln(w/b + 1.444)}$$

La velocidad de propagación y la longitud de onda en la línea se obtienen de las expresiones:

$$v = c / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} \quad \text{y} \quad \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$$

donde c es la velocidad de la luz y λ_0 la longitud de onda en el vacío.

Las atenuaciones debidas a las pérdidas óhmicas en los conductores y dieléctricas son (en dB/m):

$$\alpha_c \cong 8.686 \frac{R_s}{w Z_0} \quad \alpha_d \cong 27.3 \frac{(\epsilon_{\text{eff}} - 1) \epsilon_r \tan \theta}{(\epsilon_r - 1) \epsilon_{\text{eff}} \lambda}$$

donde $\lambda = v/f$ es la longitud de onda en la línea y $\tan \theta = \sigma / \omega \epsilon$ es la tangente de pérdidas del sustrato. La constante de atenuación total es la suma de $\alpha_c + \alpha_d$.

Otras ecuaciones de interés son las de diseño de líneas microstrip: dado el material del sustrato y la impedancia característica deseada, determinar w/b :

$$w/b \leq 2 \Rightarrow \frac{w}{b} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} \quad \text{con} \quad A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} (0.23 + 0.11/\epsilon_r)$$

$$w/b \geq 2 \Rightarrow \frac{w}{b} = \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} [\ln(B - 1) + 0.39 - 0.61/\epsilon_r] \right\}$$

Con

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

Ejemplo : Hallar la impedancia característica, la velocidad de propagación, la longitud de onda y los factores de atenuación a 100 MHz de una línea **microstrip** de parámetros: $b = 1\text{mm}$, $w = 2\text{mm}$, $t = 10\text{ }\mu\text{m}$, $\epsilon_r = 2.5$, $\sigma = 6 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$.

Solución:

La permitividad efectiva es:

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 12b/w}} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{b} \right)^2 \right] \approx 2.06$$

Como $w=2b$

$$Z_0 \approx \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \frac{1}{\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(\frac{w}{h} + 1.444 \right)} \approx 62.2 \Omega$$

La velocidad de propagación y la longitud de onda en la línea son:

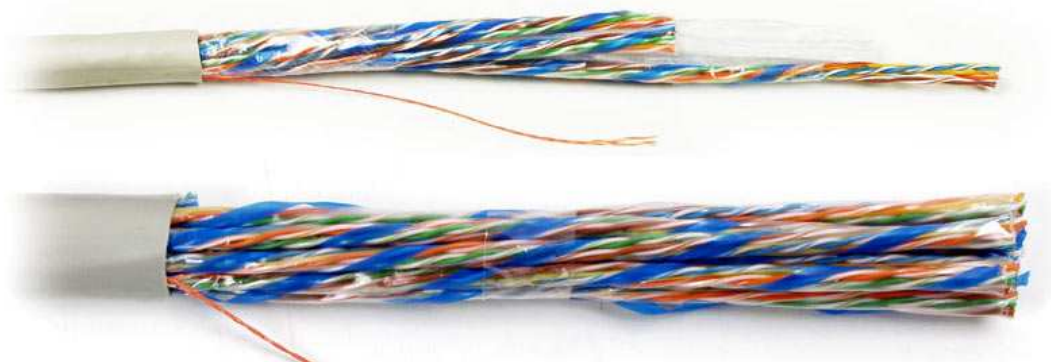
$$v = c / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} \approx 0.7 c \approx 2.09 \times 10^8 \text{ m / s}$$

$$\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r} = v / f \approx 2.09 \text{ m}$$

La atenuación por pérdidas óhmicas es:

$$\alpha_c \approx 8.686 \frac{R_s}{w Z_0} = \frac{8.686}{w Z_0} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}} \approx 0.18 \text{ dB / m}$$

Líneas de par trenzado



Una línea de par trenzado consiste en cables formados por hilos de cobre recubiertos de plata y rodeados por un aislador. Los cables se trenzan de a pares para disminuir la interferencia, y cada par forma un circuito que puede transmitir datos. La línea consiste en un grupo de uno o más pares. Esta línea se conoce como UTP (unshielded twisted pair) y es el tipo más común de línea usada en redes de computadoras.

Para mayor rechazo a interferencia (en particular el rechazo a modo común y la diafonía entre líneas) se rodean los pares con un aislador. Esta línea se conoce como STP (shielded twisted pair). Tanto UTPs como STPs se usan en instrumentación electrónica, aviones y otras aplicaciones críticas de transmisión de datos.

De acuerdo a las características y calidad constructivas las líneas de par trenzado la ANSI/EIA (American National Standards Institute/Electronic Industries Association) las clasifica en las siguientes categorías:

CATEGORIA	ESPECIFICACION	VELOCIDAD DE DATOS	USO
1	El cable basico del par trenzado que se usa en los sistemas telefonicos.	<0,1	telefono
2	cable de par trenzado sin blindar originalmente usado en lineas de tipo T.	2	lineas T-1
3	CAT 2 mejorado usado en LANs	10	LANs
4	CAT 3 mejorado usado en redes Token Ring	20	LANs
5	cable de 24 AWG con una envoltura y un escudo exterior	100	LANs
5E	Una extension de la categoria 5 que incluye características extra para minimizar ruido e interferencia electromagnetica.	125	LANs
6	Una categoria nueva que se ajusta a componentes especificos del mismo fabricante.El cable se debe probar a una velocidad de 200 Mbps.	200	LANs
7	A veces llamado SSTP(cable de par trenzado con pantalla blindada).Cada par se envuelve de forma individual en una malla metalica helicoidal seguida por una segunda malla metalica ademas del blindaje exterior.El blindaje disminuye el efecto de interferencias y aumenta la velocidad de los datos.	600	LANs

Las características de una línea de par trenzado no son fáciles de determinar. Sin embargo, debido a su popularidad se han hecho estudios semi-empíricos para determinarlas, donde se modeliza cada par como una doble hélice. Sea un UTP con:

D :	<i>separación entre los conductores del par</i>
d :	<i>diámetro de cada conductor del par</i>
T :	<i>número de vueltas por unidad de longitud</i>
l :	<i>longitud de la línea</i>
ϵ_r :	<i>permitividad relativa del dieléctrico entre pares</i>
σ_1 :	<i>conductividad del alma de cobre de cada hilo</i>
σ_2 :	<i>conductividad del recubrimiento de plata de cada hilo</i>
$\tan(\delta)$:	<i>tangente de pérdidas del dieléctrico entre pares</i>

Con estos datos se pueden determinar:

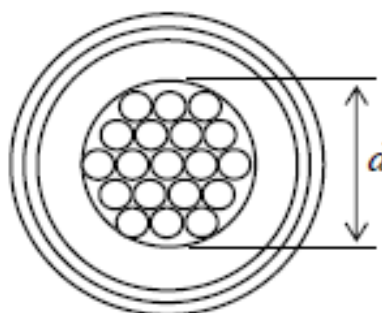
$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}(T \pi D) && \text{ángulo de giro de la hélice} \\ l_0 &= T l \pi D / \sin \theta && \text{longitud real de cable} \\ q &= 0.45 + 10^{-3} \theta^2 && \text{factor de forma para el cálculo de la permitividad efectiva } (\theta \text{ en rads}) \end{aligned}$$

que permiten calcular los parámetros físicos para la línea ideal:

$$\begin{aligned} \epsilon_{eff} &= \epsilon_0 [1 + q(\epsilon_r - 1)] && \text{permitividad equivalente o efectiva} \\ C &= \frac{\pi \epsilon_{eff}}{\cosh^{-1}(D/d)} && \text{capacidad por unidad de longitud} \\ L &= \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1}(D/d) && \text{inductancia por unidad de longitud} \\ v &= c / \sqrt{\epsilon_{eff} / \epsilon_0} && \text{velocidad de propagación de las ondas} \\ Z_0 &= \sqrt{L/C} = \frac{\cosh^{-1}(D/d)}{\pi} \sqrt{\mu / \epsilon_{eff}} && \text{impedancia característica} \end{aligned}$$

Para determinar los parámetros ligados con las pérdidas se requiere considerar que cada cable del par está formado por hilos separados, y que hay una redistribución de la corriente en cada hilo debido al "efecto de proximidad" de los hilos y el comportamiento del conductor a alta frecuencia.

A baja frecuencia la resistencia por unidad de longitud que presenta cada cable del par es:



$$R_{cc} = f_P N f_S \frac{2}{\pi (d^2 / 4) \sigma_2}$$

donde $f_p = 1.15$ es el factor de proximidad, N es el número de hilos en el cable (19 en el ejemplo), $f_s = 1/25$ es el factor de relación entre la superficie del cable (que aparece en el denominador) y la superficie de cada hilo y σ_2 es la conductividad del recubrimiento del hilo.

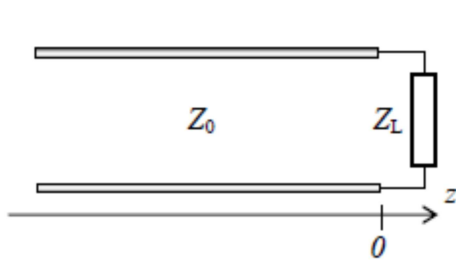
A alta frecuencia se debe tener en cuenta que los campos (y las líneas de corriente) se distribuyen fundamentalmente por la periferia del hilo conductor, debido al llamado efecto pelicular. Con esta corrección se tiene:

$$R = R_{cc} \frac{d}{4} \sqrt{\pi f \mu \sigma_2}$$

La conductancia por unidad de longitud es:

$$G = 2\pi \tan(\delta) C$$

LINEAS CARGADAS



Toda línea de transmisión en la práctica termina en una impedancia de carga y tiene generador/es conectados. Por tanto, la carga influye sobre la distribución de tensión y corriente, a lo largo de una línea de impedancia característica Z_0 , donde se conecta a una carga Z_L , como se ve en la figura.

La solución general de la ecuación de ondas en la línea será la superposición de una onda progresiva y una regresiva:

$$v(z, t) = V_+ e^{i(\omega t - \gamma z)} + V_- e^{i(\omega t + \gamma z)}$$

$$i(z, t) = I_+ e^{i(\omega t - \gamma z)} + I_- e^{i(\omega t + \gamma z)}$$

Pero se sabe que:

$$V_+ = Z_0 I_+ \quad \text{y} \quad V_- = -Z_0 I_-$$

Entonces:

$$v(z, t) = V_+ e^{i(\omega t - \gamma z)} + V_- e^{i(\omega t + \gamma z)}$$

$$i(z, t) = \frac{V_+}{Z_0} e^{i(\omega t - \gamma z)} - \frac{V_-}{Z_0} e^{i(\omega t + \gamma z)}$$

La carga impone condición:

$$\left. \frac{v(z, t)}{i(z, t)} \right|_{z=0} = Z_L$$

$$v(0,t) = (V_+ + V_-) e^{i\omega t} = Z_L i(0,t) = \frac{Z_L}{Z_0} (V_+ - V_-) e^{i\omega t} \Rightarrow \frac{(V_+ + V_-)}{(V_+ - V_-)} = \frac{Z_L}{Z_0}$$

y de esta ecuación se obtiene la relación entre las amplitudes de las ondas de tensión progresiva y regresiva:

$$\rho_L = \frac{V_-}{V_+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Esta relación se conoce como coeficiente de reflexión de tensión sobre la carga o coeficiente de reflexión a secas. En general podemos pensar en una onda que viaja hacia la carga y que se ve parcialmente "reflejada" en ella.

Se observa que $\rho_L = 0$ si $Z_L = Z_0$. En este caso no existe onda regresiva (no existe reflexión). La carga está adaptada a la línea, y esto ocurre cuando la impedancia de carga es igual a la impedancia característica de la línea.

La tensión sobre la carga será:

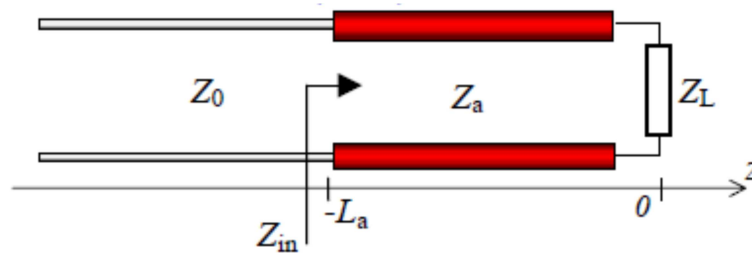
$$\Rightarrow \tau_L = \frac{V_L}{V_+} = 1 + \rho_L = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0}$$

ADAPTACION DE IMPEDANCIAS

Es común que se deba conectar una carga a una línea de impedancia característica diferente. En tal caso existirá una onda reflejada que disminuye la potencia entregada a la carga y puede tener efectos adversos en el generador, crear sobretensiones y sobrecorrientes sobre la línea capaces de causar daños, etc. Para evitar estas situaciones problemáticas existen distintos mecanismos de adaptación entre la línea y la carga, tales como:

Asumiendo que la línea es ideal y la carga es real

Transformador (línea) de cuarto de onda.- Se trata de un trozo de línea de longitud L_a y de impedancia característica Z_a . Para la adaptación, se requiere que la impedancia de entrada del conjunto **carga + adaptador** sea igual a la impedancia característica de la línea original Z_0 :



Luego:

$$Z_{in} = Z(-L_a) = Z_a \frac{Z_L \cos(k L_a) + i Z_a \operatorname{sen}(k L_a)}{Z_a \cos(k L_a) + i Z_L \operatorname{sen}(k L_a)} = Z_0$$

$$Z_a Z_L \cos(k l_a) + j Z_a^2 \operatorname{sen}(k L_a) = Z_a Z_0 \cos(k L_a) + j Z_L Z_0 \operatorname{sen}(k L_a)$$

Para que se cumpla esta igualdad, deben igualarse por separado las partes reales e imaginarias de ambos miembros:

$$Z_a Z_L \cos(k l_a) = Z_a Z_0 \cos(k L_a)$$

$$Z_a^2 \operatorname{sen}(k L_a) = Z_L Z_0 \operatorname{sen}(k L_a)$$

En la primera ecuación, si el coseno es no nulo, requiere que $Z_L = Z_0$, pero esto no ocurre por hipótesis, ya que en tal caso no sería necesaria la adaptación. Entonces la igualdad sólo es válida si se anula el coseno:

$$\cos(k_a L_a) = 0 \quad \Rightarrow \quad k_a L_a = 2\pi \frac{L_a}{\lambda_a} = n \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow L_a = n \frac{\lambda_a}{4}$$

Si $n=1$, entonces:

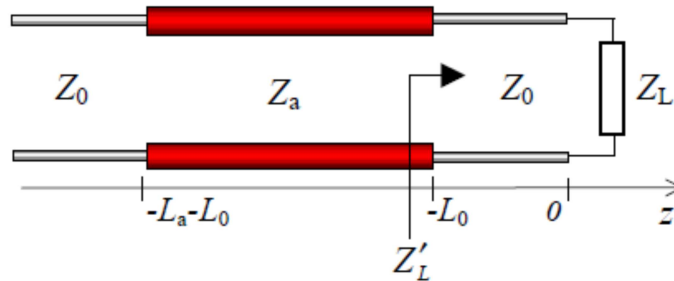
$$L_a = \frac{\lambda_a}{4}$$

y esta es la longitud más corta de la línea adaptadora, que por tal motivo se llama línea de cuarto de onda. Con esta condición el seno en la segunda ecuación vale 1 y se satisface la igualdad si:

$$Z_a^2 = Z_L Z_0 \Rightarrow Z_a = \sqrt{Z_0 Z_L}$$

que es la media geométrica de las impedancias que se quieren adaptar.

ADAPTACION CON CARGA COMPLEJA

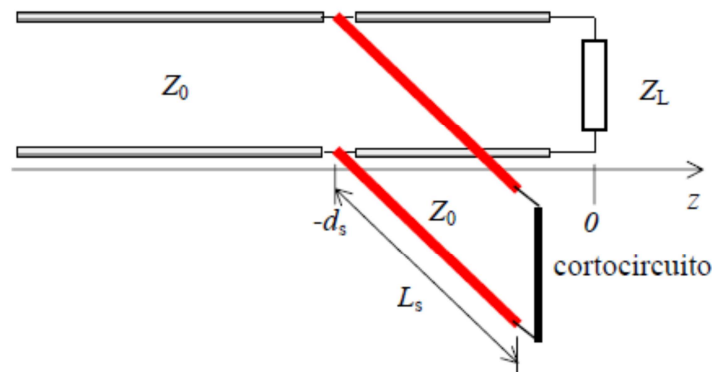


Consideremos ahora la adaptación cuando la carga es compleja. En este caso se coloca el adaptador a una distancia L_0 de la carga para la cual la impedancia de entrada Z'_L es real y entonces:

$$Z_a = \sqrt{Z_0 Z'_L}$$

La adaptación de impedancias por línea de cuarto de onda se da para una única frecuencia, aquélla en que $L_a = \lambda_a / 4$

ADAPTADOR STUB



Muchas veces no es posible tener una línea con la impedancia característica necesaria para un adaptador de cuarto de onda. Suele usarse un **stub**, que habitualmente es un trozo de la misma línea que se conecta en paralelo con el conjunto línea+carga para lograr la adaptación de impedancias.

Normalmente el extremo de carga (extremo lejano) del **stub** se cortocircuita para minimizar la emisión de radiación electromagnética que podría causar interferencias.

El diseño del **stub** consiste en definir la longitud del **stub** L_s y la posición $-d_s$ en la que debe ubicarse. En el punto de conexión la admitancia del conjunto es la suma de las admitancias del **stub** y la admitancia de entrada del conjunto línea+carga. Esa admitancia debe ser igual a $1/Z_0$ para la adaptación.

Si la carga es resistiva quedan las ecuaciones para las admitancias de entrada:

$$\text{línea+carga: } Y(-d_s) = Y_0 \frac{Y_L \cos(kd) + iY_0 \sin(kd)}{Y_0 \cos(kd) + iY_L \sin(kd)} = Y_0 \frac{Y_L Y_0 + \frac{i}{2}(Y_0^2 - Y_L^2) \sin(2kd)}{Y_0^2 \cos^2(kd) + Y_L^2 \sin^2(kd)}$$

$$\text{stub: } Y(-L_s) = -iY_0 \cotan(kL_s)$$

De modo que para adaptación:

$$Y_0 = Y(-d_s) + Y(-L_s)$$

Operando:

$$Y_0 = Y_0 \frac{Y_L Y_0 + \frac{i}{2}(Y_0^2 - Y_L^2) \sin(2kd)}{Y_0^2 \cos^2(kd) + Y_L^2 \sin^2(kd)} - iY_0 \cotan(kL_s)$$

De donde:

$$\frac{Y_L Y_0}{Y_0^2 \cos^2(k d_s) + Y_L^2 \sin^2(k d_s)} = 1$$

$$\Rightarrow d_s = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{Z_L / Z_0} \right)$$

$$\frac{(Y_0^2 - Y_L^2) \sin(2k d)}{Y_0^2 \cos^2(k d) + Y_L^2 \sin^2(k d)} = 2 \cotan(k L_s)$$

$$\Rightarrow L_s = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{Z_L Z_0}}{Z_L - Z_0} \right)$$

Estas ecuaciones permiten diseñar la adaptación. Son válidas únicamente para cargas resistivas.

En el caso general de cargas no resistivas es más fácil utilizar la carta de Smith para diseñar los adaptadores

Ejemplo: Una línea de transmisión coaxial de tipo RG58 está terminada en una carga de valor $Z_L = 175 \Omega$. Se desea acoplarla por medio de un coaxial adaptador de $\lambda/4$ a 10MHz.

Calcule:

- la impedancia característica
- la longitud del adaptador.
- Si utiliza un **stub** cortocircuitado, cuál sería la distancia a ubicarse y su longitud.

Solucion:

- Sabemos que el RG58 tiene una impedancia $Z_0 = 50\Omega$

Entonces la impedancia característica del adaptador será:

$$Z_a = \sqrt{Z_0 Z_L} = 93.5 \Omega$$

- b) Además el cable tipo RG62 A/U tiene la impedancia aproximada de 93Ω , con una velocidad de propagación $V_f = 0.85C$.

Entonces la longitud del adaptador entonces es:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{4} = \frac{v/f}{4} = \frac{v}{4f} = \frac{0.85 \times 300 \times 10^6}{4(10 \times 10^6)} = 6.375m$$

- c) Sabemos que el RG58 tiene una impedancia $Z_0 = 50\Omega$, y una velocidad $V_f = 0.66C$, entonces:

$$\Rightarrow d_s = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1}(\sqrt{Z_L / Z_0})$$

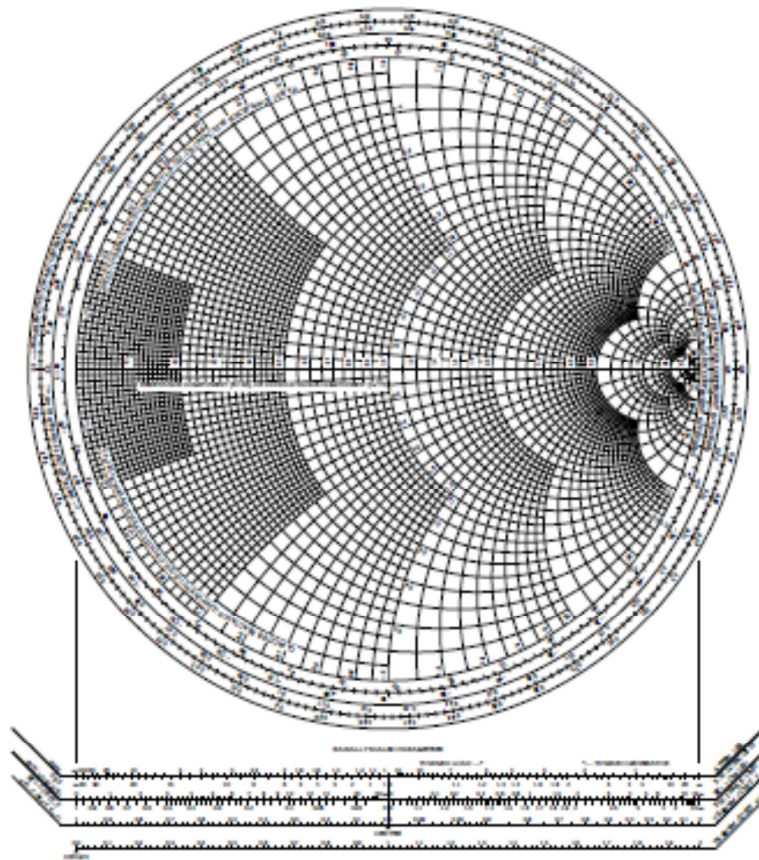
$$d_s = \frac{0.66(300 \times 10^6)}{4 \times 10 \times 10^6} \tan^{-1}\left(\sqrt{175\Omega / 50\Omega}\right) = 3.4m$$

$$\Rightarrow L_s = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{Z_L Z_0}}{Z_L - Z_0}\right)$$

$$L_s = \frac{0.66(300 \times 10^6)}{4 \times 10 \times 10^6} \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{175\Omega(50\Omega)}}{175\Omega - 50\Omega}\right) = 3.1m$$

Nuevamente en este caso la adaptación funciona a una única frecuencia, porque los parámetros de diseño son proporcionales a la longitud de onda en la línea a la frecuencia de adaptación. Si se cambia esta frecuencia se debe cambiar la longitud del stub y su posición. La longitud se puede modificar con cierta facilidad, colocando un cortocircuito móvil en el extremo de carga, pero la posición es difícilmente variable. Sin embargo, si se usan dos o más stubs es posible variar la frecuencia de adaptación cambiando únicamente sus longitudes.

CARTA O ABACO DE SMITH

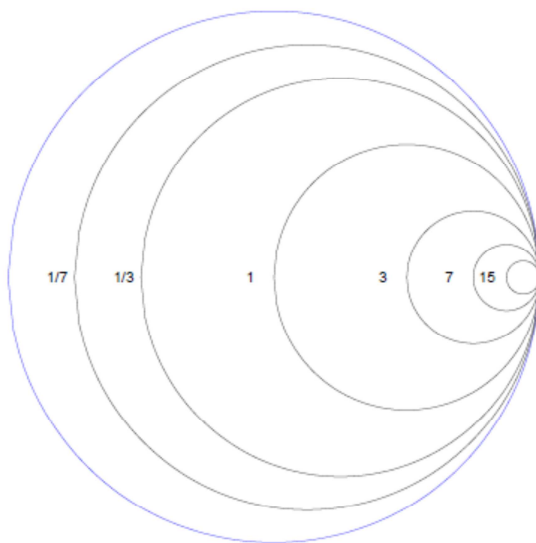


La carta de Smith se usa para calcular impedancias de entrada, ROE, coeficientes de reflexión y otros datos sólo con una regla y un compás, sin usar funciones trigonométricas o hiperbólicas, lo que facilita los cálculos. Aunque hemos deducido sus ecuaciones para líneas sin pérdidas (Z_0 real), es posible extender su uso a líneas con bajas pérdidas.

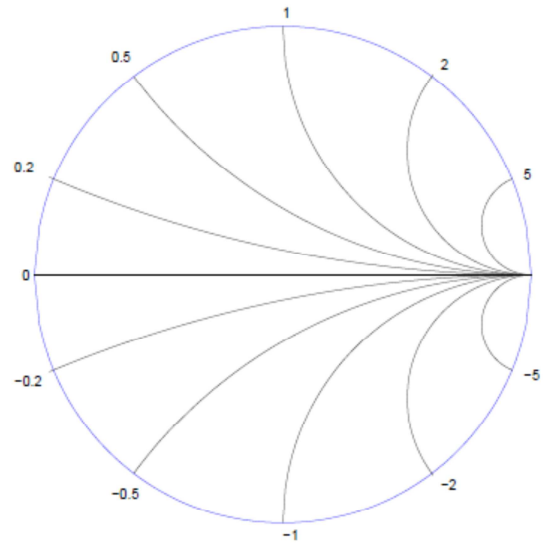
Las aplicaciones de cálculo básicas de la **carta de Smith** a líneas sin pérdidas son:

- Dada $Z(z)$ obtener $\rho(z)$
- Dada $\rho(z)$ obtener $Z(z)$
- Dados Z_L y ρ_L obtener $Z(z)$ y $\rho(z)$
- Dados $Z(z)$ y $\rho(z)$ obtener Z_L y ρ_L
- Hallar posiciones y valores de máximos y mínimos de tensión sobre la línea.
- Hallar la ROE.
- Dada $Z(z)$ obtener $Y(z)$
- Dada $Y(z)$ obtener $Z(z)$

LUGARES GEOMETRICOS EN LA CARTA DE SMITH



(a) Algunos locus equi- r_N



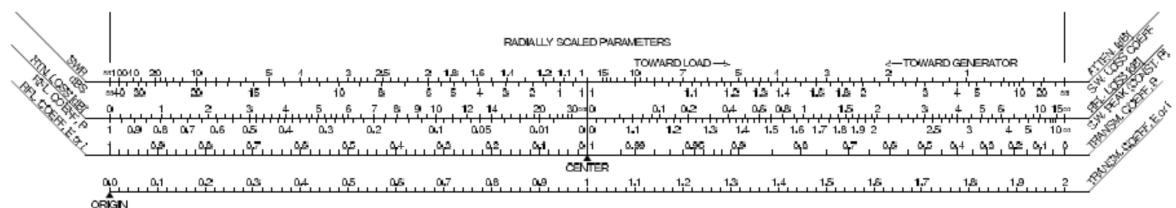
(b) Algunos locus equi- x_N

- Todos los lugares geométricos equi- r_N pasan por el punto $(1, 0)$.
- Los centros de la sub-familia de círculos equi- $r_N = 2n - 1$, dígame $r_N = 0, 1, 3, 7, 15, \dots$, conforman una serie donde cada radio sucesivo es la mitad del que le precede.
- Los círculos correspondientes a los valores r_N y $1/r_N$ intersectan el eje horizontal en puntos simétricos respecto del centro de la Carta.

La Carta de Smith se obtiene superponiendo los lugares geométricos equi- r_N y equi- x_N dentro del círculo unitario $|p_L| = 1$ y añadiendo un conjunto de escalas angulares sobre la periferia del propio círculo unitario y un conjunto de escalas de amplitud, lineales y logarítmicas fuera de éste en la parte inferior de la hoja.

DESCRIPCION DE ESCALAS

La Carta de Smith viene provista de varias escalas angulares y radiales.



A la izquierda de arriba hacia abajo se tienen las siguientes escalas

VSWR escala lineal de la ROE:

$$ROE = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|}$$

dBS escala logarítmica de la ROE:

$$ROE = 20 \log \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|}$$

RTN. LOSS [dB] pérdidas de retorno

$$= -10 \log \left(\frac{P_r}{P_i} \right) = -10 \log (|\rho_L|)^2$$

donde P_i es la potencia incidente y P_r es la potencia reflejada.

RFL. COEFF. P coeficiente de reflexión de potencia: $|\rho_L|^2$

RFL. COEFF. E or I módulo del coeficiente de reflexión de voltaje: $|\rho_L|$

A la derecha de arriba hacia abajo se tienen estas otras escalas radiales:

ATTEN [dB]

S.W. LOSS COEFF.:

RFL LOSS [dB]: pérdida por reflexión:

$$= -10 \log \left(\frac{P_t}{P_i} \right) = -10 \log (1 - |\rho_L|^2)$$

donde P_i es la potencia incidente y P_t es la potencia transmitida.

S.W. PEAK (CONST. P):

TRANSM. COEFF P: coeficiente de transmisión de potencia: $1 - |\rho_L|^2$.

TRANSM. COEFF. E or I: coeficiente de transmisión de voltajes: $1 + |\rho_L|$.

APLICACIONES DE LA CARTA DE SMITH

- Lectura de la **ROE**
- Impedancia de entrada de la línea a **d** metros de la carga
- Lectura de **Yn**
- Adaptación con un **stub**.

Ejemplo 1: Ubicar sobre la carta de Smith las siguientes impedancias:

- Una resistencia $R_A = 150\Omega$.
- Una reactancia inductiva $X_B = j10\Omega$.
- Una reactancia capacitiva $X_C = -j50\Omega$.
- Una impedancia R_L serie $Z_D = (15 + j10)\Omega$.
- Un circuito abierto $Z_E = \infty$.
- Un cortocircuito $Z_F = 0$.

Usar como impedancia de normalización el valor $Z_0 = 50\Omega$.

Solución:

$$a) \quad z_A = Z_A / Z_0 = R_A / Z_0 = 3 \quad (\mathbf{A})$$

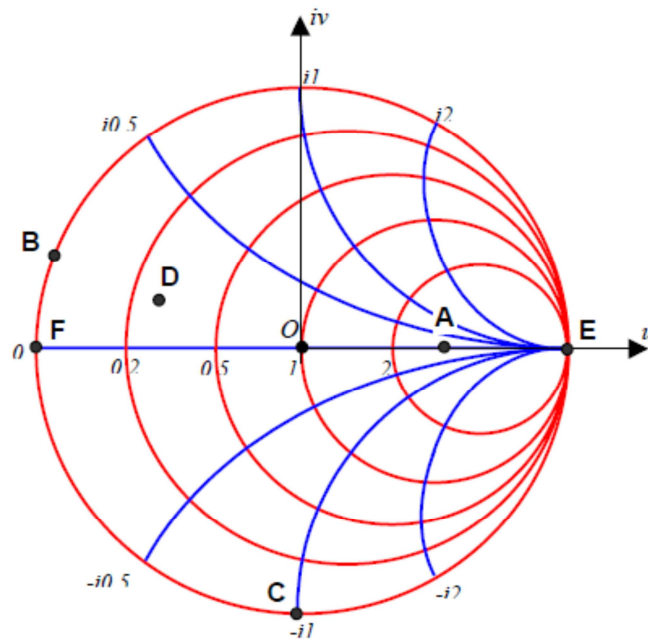
$$b) \quad z_B = Z_B / Z_0 = X_B / Z_0 = j0.2 \quad (\mathbf{B})$$

$$c) \quad z_C = Z_C / Z_0 = X_C / Z_0 = -j1 \quad (\mathbf{C})$$

$$d) \quad z_D = Z_D / Z_0 = 0.3 + j0.2 \quad (\mathbf{D})$$

$$e) \quad z_E = Z_E / Z_0 \rightarrow \infty \quad (\mathbf{E})$$

$$f) \quad z_F = Z_F / Z_0 = 0 \quad (\mathbf{F})$$



Ejemplo2: Una línea de 50Ω está terminada por una resistencia de 30Ω en serie con una reactancia capacitiva de 40Ω .

Hallar:

- ρ_L y ROE,
- la impedancia de entrada si la longitud de la línea es $L = 0.1 \lambda$
- los valores de longitud de línea que llevan a una impedancia de entrada puramente resistiva y los valores de estas impedancias.

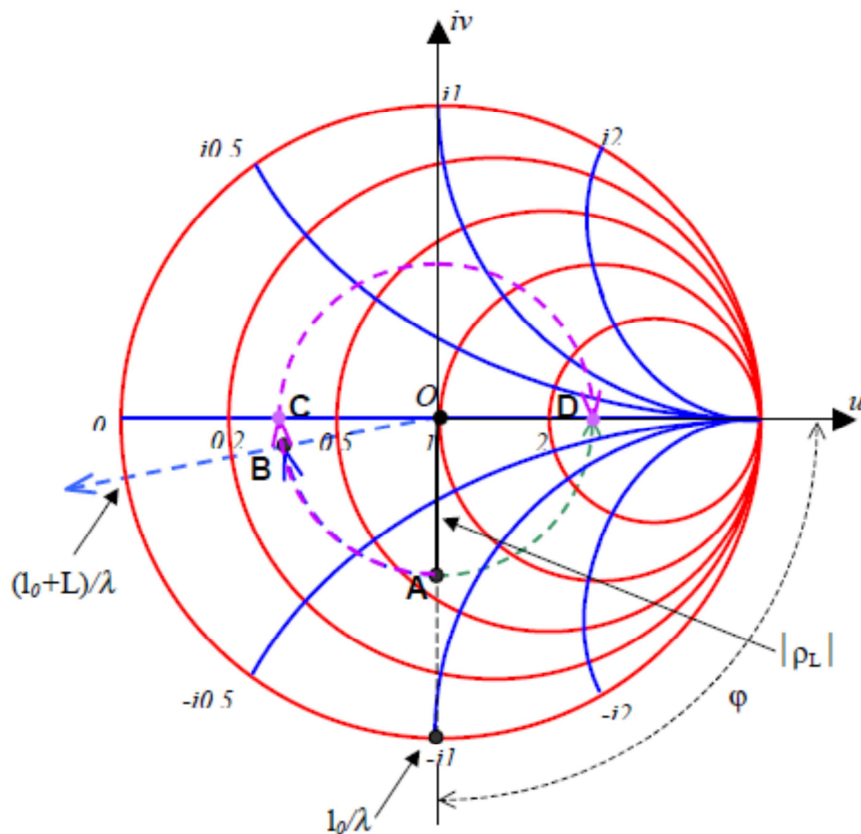
Solución:

Para utilizar la carta de Smith primero expresamos la impedancia de carga normalizada a la impedancia característica:

$$\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{30 - i40}{50} = 0.6 - i0.8$$

Marcamos en la carta de Smith el punto **A**, en la intersección de los círculos:

$r = 0.6$ y $x = -0.8$.



Al llevar este segmento AO a la escala radial, verificamos que $\rho_L = 0.5$ y la prolongación de este segmento hasta el círculo de ángulos exterior da $\phi = 90^\circ$.

De igual forma al llevarlo a la escala radial del ROE, se obtiene un valor aproximado de 3, que se comprueba calculando en la expresión:

$$ROE = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|} = \frac{1 + |0.5|}{1 - |0.5|} = 3$$

Para calcular la impedancia de entrada buscamos la posición donde el radio del diagrama que pasa por **A** corta al círculo perimetral marcado "hacia el generador". Resulta $l_0/\lambda = 0.375$. Este es un valor de partida arbitrario. Si ahora nos desplazamos hacia el generador (en el sentido horario) sobre el círculo de $\rho_L = \text{cte.}$ (ρ_L depende solamente de la carga y Z_0) en 0.1λ , de acuerdo al enunciado del problema, tendremos:

$$(l_0 + L)/\lambda = 0.375 + 0.1 = 0.475.$$

El punto B así obtenido tiene $r = 0.34$ y $x = 0.14$

Entonces:

$$Z_{in} = (17 - j 7)\Omega$$